

Геоинформатика. 2023. № 2. С. 9–16.
Geoinformatika. 2023;(2):9–16.

Применение ГИС-технологий

Научная статья
 УДК 556.537
<https://doi.org/10.47148/1609-364X-2023-2-9-16>

Геоинформационная модель меандрирования рек для картографического прогноза

© 2023 г. — Ирина Константиновна Лурье^{1, а)}, Михаил Владимирович Лурье^{2, б)}

¹Географической факультет МГУ имени М.В. Ломоносова; Россия, Москва

²РГУ нефти и газа (Научно-исследовательский университет) им. И.М. Губкина; Россия, Москва

^{а)}lurie@mail.ru, ^{б)}lurie.m@gubkin.ru

Аннотация: Предлагается алгоритм прогнозного мониторинга развития "извилистости" речных русел, называемого процессом меандрирования. Алгоритм базируется на утверждении, согласно которому русло реки смещается от своего текущего положения по нормали к динамической оси потока в направлении от центра кривизны в данном створе, причем величина смещения пропорциональна кривизне, однако коэффициент пропорциональности заранее неизвестен и подлежит определению в процессе картографического мониторинга. Принятое утверждение соответствует известным выводам морфологической теории русловых процессов. В частности, оно приспособлено к решению задач прогнозного картографирования речных русел, естественным образом учитывающего взаимодействие потока и русла. Изменения очертаний русла происходят в результате мобилизации течением продуктов размыва берега, их последующего переноса от одного створа к другому и, наконец, отложения в том или ином месте речного русла. Важна и обратная связь этих процессов: изменяющиеся очертания русла влияют на интенсивность размыва берегов, что, в свою очередь, изменяет структуру течения, причем в разных его сечениях по-разному. В совокупности сложное взаимодействие потока и русла приводит к неустойчивости и кажущейся непредсказуемости форм самого русла. При использовании предлагаемого алгоритма естественным образом получается такой известный в гидрологии феномен, как возникновение, формирование и развитие меандр, придающих речному руслу причудливые формы. Последовательное применение этого алгоритма также показывает, как в отдельных местах реки возникают предпосылки для спрямления русла и образование стариц. Численная реализация предлагаемого алгоритма, дополненная картографическим мониторингом деформации русла в предыдущие годы, способна дать прогноз смещения русла на будущие периоды времени.

Ключевые слова: *прогнозное картографирование, русло, меандрирование, деформация русла, сплайн, кривизна, центр кривизны, смещение, цифровая трансформация, алгоритм, мониторинг*

Для цитирования: Лурье И.К., Лурье М.В. Геоинформационная модель меандрирования рек для картографического прогноза // Геоинформатика. — 2023. — № 2. — С. 9–16. <https://doi.org/10.47148/1609-364X-2023-2-9-16>.

Application of GIS-technologies

Original article

Geoinformation model of river meandering for predictive mapping

© 2023 — Irina K. Lurie^{1, а)}, Mikhail V. Lurie^{2, б)}

¹Faculty of Geography of Lomonosov Moscow State University; Moscow, Russia

²Gubkin University; Moscow, Russia

^{а)}lurie@mail.ru, ^{б)}lurie.m@gubkin.ru

Abstract: An algorithm for predictive monitoring of the development of "tortuosity" of riverbed, called the process of meandering, is proposed. The algorithm is based on the statement that the riverbed is displaced from its current position along the normal to the dynamic axis of the flow in the direction from the center of curvature in a given alignment, and the displacement is proportional to the curvature, but the proportionality coefficient is not known in advance and must be determined in the process of cartographic monitoring. When using the proposed algorithm, such a well-known phenomenon in hydrology as the emergence, formation and development of meanders, which give the riverbed bizarre shapes, naturally turns out. The numerical implementation of the proposed algorithm, supplemented by predictive mapping of the riverbed deformation in previous years, is able to predict the channel displacement for future periods of time.

Key words: *predictive mapping, riverbed, meandering, riverbed deformation, spline, curvature, center of curvature, displacement, digital transformation, algorithm, monitoring*

For citation: Lurie I.K., Lurie M.V. Geoinformation model of river meandering for predictive mapping. *Geoinformatika*. 2023;(2):9–16. <https://doi.org/10.47148/1609-364X-2023-2-9-16>. In Russ.

Введение

Одним из вопросов морфологической теории русловых процессов, не имеющим до сих пор однозначного ответа, является вопрос о причинах меандрирования рек. Несмотря на то, что меандрированию речных русел посвящено весьма большое число научных публикаций, содержащих анализ как общих причин этого феномена, так и его проявления на конкретных реках, несмотря на то что в этих работах изучаются и указываются практически все физические причины, которые приводят не только к возникновению извилистости, но и постоянному увеличению этой извилистости, неудовлетворенность, вызванная отсутствием единой точки зрения на причины и параметры этого процесса, тем более, на методы его расчета и прогнозирования, остается до сих пор [2, 6, 7, 8, 10].

Обзоры гипотез о причинах меандрирования русел содержатся в трудах отечественных и зарубежных исследователей: Н.И. Маккавеев (1950, 1955, 1969), Н.Н. Федоров (1954); Н.Е. Кондратьев и др., (1959, 1982), А.Н. Ляпин (1956), С.Т. Yang (1971), D. Knighton (1987), В.И. Замышляев (1978), Б.В. Матвеев (1985), и др. Подробный анализ отечественных и зарубежных работ, посвященных этому вопросу, можно найти во многих работах, в первую очередь в работах Н.Е. Кондратьева [6], Р.С. Чалова и В.И. Замышляева [4, 10], А.Н. Кондратьева [5], А.С. Завадского [3] и др. Не вдаваясь в детали этого анализа, отметим наиболее известные гипотезы. Они состоят в следующем:

- возникновение в реках поперечной циркуляции воды;
- неустойчивость прямолинейного движения потока;
- блуждание динамической оси потока;
- вращение Земли и Кориолисово ускорение;
- наличие на пути течения реки случайных препятствий;
- ограничения транспортирующей способности потока;
- законы природы, стремящиеся минимизировать диссипацию механической энергии.

Наиболее признанными из этих гипотез являются следующие:

- циркуляция воды в русле (М.А. Великанов, 1948, 1950);
- неустойчивость прямолинейного потока (Н.Е. Кондратьев, 1954; В.И. Замышляев, 1983);
- большая динамическая устойчивость извилистого русла (Н.И. Маккавеев, 1955, 1969; Р.С. Чалов, 1979).

Однако, как справедливо отметил известный гидролог А.Н. Ляпин еще в 1956 г.: «Такое обилие гипотез говорит, с одной стороны, о важности проблемы, а с другой стороны, о том, что до сих пор

не до конца ясна физическая сторона явления» [7]. Эта мысль представляется авторам актуальной и в настоящее время.

Недостатки существующих подходов к проблеме

Наиболее существенным недостатком существующих подходов к проблеме меандрирования речных русел является их описательный характер без каких-либо попыток дать количественные оценки параметров этого весьма распространенного явления и, следовательно, практически полностью исключающий прогнозные расчеты. Анализ имеющихся исследований выявил также устоявшиеся ошибки и недочеты в исследовании этой проблемы.

Во-первых, в теориях меандрирования речных русел отсутствуют математические модели, которые могли бы послужить основой для количественных оценок параметров происходящего явления и прогнозных расчетов его развития. Здесь уместно вспомнить позиции известных исследователей — представителя «школы пространственного анализа» американского географа Уильяма Бунге [1, 12], выдающегося советского картографа проф. К.А. Салищева [9], а также некоторых других ученых, делающих акцент на количественном описании географических процессов, которое, по их мнению, является основным методом географии, в частности, картографии, как науки.

Во-вторых, в теории русловых процессов гидрологами используются понятия о «продольном» и «поперечном» смещении русла, что с математических позиций не имеет никакого смысла, поскольку не существует соответствия между отдельными точками русла в процессе его пространственного перемещения [11]. Русло — это не набор одних и тех же индивидуальных (материальных) точек, а лишь кривая, представляющая собой геометрическое место точек, совпадающих в данный момент времени с точками поверхности земли, по которым оно проходит. Динамическая ось русла, наподобие тени от предмета, перемещается по земной поверхности, постоянно изменяя свои размеры и очертания. Поэтому, сравнивая между собой две русловые кривые, относящиеся к разным моментам времени, невозможно сказать, какому положению в начальный момент времени соответствует данная точка в конечный момент времени.

С математической точки зрения имеет смысл говорить только о бесконечно малых смещениях русла. Смещение кривой за бесконечно малый промежуток времени определяется как расстояние по нормали \bar{n} от выбранной точки кривой до кривой в новом положении. Поскольку, однако, в следующий момент времени кривая изменит свое положение и форму на плоскости, то смещение за новый малый интервал времени произойдет в направлениях нормалей, не совпадающих с прежними нормальями. Вот почему кривая перемещается по плоскости,

изменяя не только свое положение, но и форму. Понятно, что сравнивая кривые в начальный и конечный момент времени, нельзя однозначно выделить какого-либо «продольного» и «поперечного» смещения.

В-третьих, устоявшийся термин «кривизна излучины» (см., например, Р.С. Чалов [9]) крайне неопределен с математической точки зрения и, более того, неконструктивен. Кривизна кривой определяется в каждой ее точке, причем в общем случае кривизна различна в различных точках. Кривизна излучины как интегральная характеристика не существует, если только излучина не является окружностью, у которой кривизна во всех точках одинакова. Применительно к речным излучинам кривизна может изменяться в десятки, сотни и тысячи раз в пределах одной излучины. Так, например, в вершине излучины кривизна может быть весьма большой, в то время как на прямолинейных участках русла или точках перегиба (то есть точках, в которых кривая переходит с одной стороны касательной на другую ее сторону) кривизна вообще равна нулю.

Общее в существующих подходах

Как бы то ни было, практически все исследователи сходятся в одном: береговые породы разрушаются с наружной стороны изгибов русла, где русло глубже, движение воды быстрее, где генерируются глубинные циркуляции, способствующие размыву берега, а намываются — с внутренней стороны. В результате этих процессов возникают меандры, увеличивающиеся в размерах, рис. 1А и 1В. Говоря иными словами, возникновение и увеличение меандра происходит благодаря размыву вогнутых берегов реки (то есть в сторону от центра кривизны русла), причем чем больше кривизна русла, тем интенсивней (при прочих равных) происходит размыв берега [7, 8]. Последующие увеличение, разворот и смещение меандра могут завершиться прорывом перешейка между их слишком сблизившимися поворотами, обуславливающим спрямление русла и образование стариц, рис. 1С.

Постановка вопроса

В данной статье вопрос о меандрировании речных русел рассматривается под углом зрения прогнозного картографирования. Задача ставится следующим образом: как прогнозировать положение русла реки в последующие моменты времени, если известны его положения в предыдущие моменты? В качестве базисного положения принимается утверждение, согласно которому русло реки смещается от своего текущего положения по нормали к динамической оси потока в направлении от центра его кривизны пропорционально значению кривизны в данном сечении потока, причем коэффициент пропорциональности заранее неизвестен

и подлежит определению в процессе картографического мониторинга.

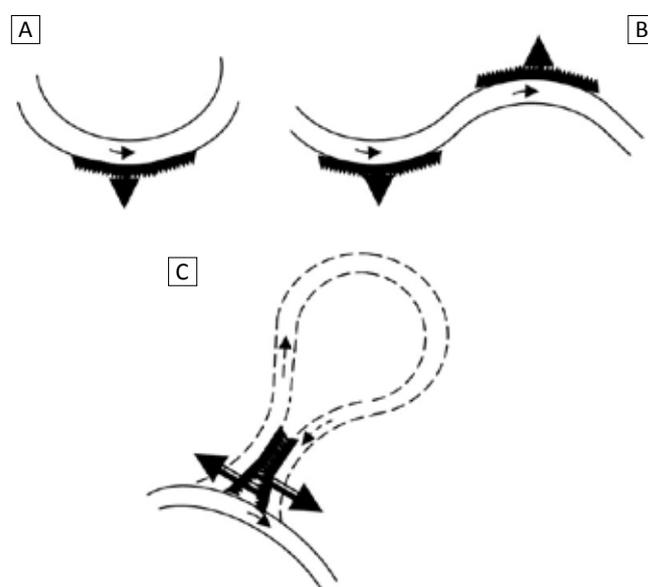
В математических терминах этот вопрос формулируется следующим образом. Известна связь $F(x, y, t) = 0$ между декартовыми координатами x и y русла в некоторый момент времени t , дающая положение русла реки в плане. Спрашивается, как найти вид $F(x, y, t + \Delta t) = 0$ той же связи, однако в последующий момент $t + \Delta t$ времени, где Δt — интервал процесса по времени. При этом само возникновение меандра, а также его (или их) форма в случае возникновения не задают априори, а получают как результат последовательных цифровых трансформаций координат русла, т.е. применения рассматриваемого алгоритма, параметры которого предлагается уточнять по результатам картографического мониторинга.

Физические предпосылки

Выше отмечалось, что в качестве одной из причин меандрирования называют неустойчивость прямолинейного русла по отношению к малым возмущениям его формы. Это означает, что малое искривление русла не только не исчезает со временем, а наоборот, начинает увеличиваться. Такое утверждение находится в полном согласии с рабочим положением, лежащим в основе предлагаемого алгоритма. Допустим, что на русле возникло выпуклое вверх возмущение, заставляющее реку изменить направление оси потока. Тогда в пределах этого возмущения (кривизна которого отрицательна) начинается более интенсивный раз-

Рис. 1. Схема эрозионных процессов, приводящих к меандрированию русел равнинных рек и возникновению стариц

Fig. 1. Scheme of erosion processes causing meandering of riverbeds and emergence of the river-oxbow



мыв берега и унос продуктов разрушения речным течением, отсутствующими на прямолинейных участках реки (где кривизна равна нулю), поэтому возникшее возмущение начинает увеличиваться в размерах. Происходящий процесс напоминает известную загадку: «Что это такое — чем больше из нее берут, тем больше она становится? Ответ: яма».

На искривленном участке реки под воздействием берега изменяется направление движения воды, то есть изменяется количество движения потока. В полном соответствии со вторым законом Ньютона секундное изменение количества движения текущей жидкости равно силе, с которой вогнутый берег действует на нее. В соответствии с третьим законом Ньютона сила действия равна силе противодействия, то есть силе, действующей со стороны текущей воды на берег, причем эта сила пропорциональна квадрату скорости течения на кривизну линий тока. Таким образом, чем больше скорость течения, чем больше кривизна вогнутого берега в данном створе, тем больше величина силы воздействия реки на берег. Поскольку центробежная сила обеспечивает наибольшую скорость течения воды вблизи вогнутого берега, то именно в этом месте возникают благоприятные условия для взвешивания твердых частиц как самого ложа реки, так и продуктов эрозионного разрушения берега. Поэтому вблизи вогнутого берега частицы взвеси мобилизуются и уносятся течением, а ложе реки постоянно углубляется.

Из гидравлики также известно, что касательное воздействие текущей жидкости на неподвижные стенки канала (берега) пропорционально относительной скорости течения, поэтому на берег, помимо повышенной нормальной силы давления, оказывается еще и повышенное касательное воздействие. В совокупности оба воздействия способствуют повышенному эрозионному разрушению берега и постепенному его смещению по нормали в направлении от центра кривизны, то есть от центра окружности с радиусом R , наилучшим образом аппроксимирующей кривую вогнутого берега в данном створе реки; кривизна κ кривой равна R^{-1} .

Итак, чем больше кривизна русла в данном створе реки, тем больше в этом створе происходит размыв вогнутого берега и, следовательно, тем больше его смещение в направлении от центра кривизны.

Математическая модель

Если динамическую ось русла реки (линию берега) в произвольный момент t времени можно представить зависимостью $y = y(x, t)$, то скорость D_n его смещения по нормали к кривой выражается формулой

$$D_n = -\frac{\partial y / \partial t}{\sqrt{1 + (\partial y / \partial x)^2}}.$$

Если далее предположить, что эта скорость пропорциональна кривизне κ русла, выражаемой, как известно, формулой

$$\kappa = \frac{\partial^2 y / \partial x^2}{\left(\sqrt{1 + (\partial y / \partial x)^2}\right)^3}, \quad (1)$$

и направлена от центра кривизны русла, то получится дифференциальное уравнение для определения неизвестной функции $y = y(x, t)$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{k}{1 + (\partial y / \partial x)^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где k — коэффициент пропорциональности ($\text{м}^2/\text{год}$), зависящий от размера реки, расхода воды, эрозионной устойчивости берега и т.д. Этот коэффициент в общем случае не является постоянным, а может изменяться вдоль динамической оси русла.

Уравнение (2) внешне похоже на классическое уравнение теплопроводности (хотя и нелинейное), однако в отличие от него оно имеет отрицательный коэффициент, стоящий перед второй производной в правой части уравнения. Это означает, что любые малые возмущения не затухают, как в задачах для обычного уравнения теплопроводности, а наоборот, увеличиваются в размерах.

Неустойчивость прямолинейного русла

Проиллюстрируем сказанное простейшим примером в случае постоянного k . Пусть, например, на первоначально ($t=0$) прямолинейном речном русле возникли синусоидальные возмущения $y(x, 0) = a_0 \cdot \sin \omega x$ с малой амплитудой a_0 и длиной волны $2\pi/\omega$, тогда, пренебрегая наклоном русла к горизонтали ($\partial y / \partial x \ll 1$), получаем уравнение

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -k \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (k > 0).$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что решение этого уравнения имеет вид

$$y(x, t) = a_0 e^{k\omega^2 t} \cdot \sin \omega x. \quad (3)$$

Из (3) следует, что синусоидальное возмущение русла придает всему руслу синусоидальную форму с экспоненциально увеличивающейся амплитудой, что принципиально подтверждает образование меандр, рис. 2. Конечно, по мере роста меандр увеличивается их наклон к горизонтали, синусоидальная форма русла нарушается, поскольку уравнение (2) нелинейно и в нем необходимо учитывать наклон $\partial y / \partial x$ русла к горизонту.

Простейший алгоритм дискретной трансформации береговой линии

Для картографирования удобнее использовать дискретный подход, в котором гладкую кривую берега заменяют системой близко расположенных точек (x, y) , $i = 1, 2, 3, \dots, N$, аппроксимирующих его форму. Кривую берега в каждой точке представля-

ют так называемым «сплайном» (полиномом) того или иного порядка (степени). В первом приближении можно использовать сплайн 1-го порядка, при котором русло заменяют кусочно-ломаной линией, состоящей из достаточно коротких прямолинейных отрезков. Русло реки в каждом своем сечении характеризуется радиусом R_i кривизны и обратной ей величиной $\kappa=R_i^{-1}$ — кривизной. В конечно-разностной аппроксимации радиус кривизны русла можно найти как радиус окружности, проходящей через 3 последовательно расположенные достаточно близко (по сравнению с радиусом кривизны) точки $A(x_{i-1}, y_{i-1})$, $M(x_i, y_i)$ и $B(x_{i+1}, y_{i+1})$ сплайна.

Пусть $O_i(x_K, y_K)$ является центром кривизны береговой линии в ее точке $M(x_i, y_i)$, тогда условия равенства расстояний от точки O_i до точек A , M и M, B дают 2 уравнения для определения координат x_K и y_K центра кривизны:

$$\begin{cases} (x_K - x_{i-1})^2 + (y_K - y_{i-1})^2 = (x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2, \\ (x_K - x_{i+1})^2 + (y_K - y_{i+1})^2 = (x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2. \end{cases} \quad (4)$$

Вычислим три определителя: для получающейся из (4) системы линейных уравнений — главный Δ_K и два побочных Δ_{K1} и Δ_{K2} . Имеем

$$\Delta_K = \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \\ x_i - x_{i+1} & y_i - y_{i+1} \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$\Delta_{K1} = \begin{vmatrix} \frac{x_i^2 + y_i^2 - x_{i-1}^2 - y_{i-1}^2}{2} & y_i - y_{i-1} \\ \frac{x_i^2 + y_i^2 - x_{i+1}^2 - y_{i+1}^2}{2} & y_i - y_{i+1} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{K2} = \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & \frac{x_i^2 + y_i^2 - x_{i-1}^2 - y_{i-1}^2}{2} \\ x_i - x_{i+1} & \frac{x_i^2 + y_i^2 - x_{i+1}^2 - y_{i+1}^2}{2} \end{vmatrix}.$$

Если главный определитель $\Delta_K = 0$, то точки $A(x_{i-1}, y_{i-1})$, $M(x_i, y_i)$ и $B(x_{i+1}, y_{i+1})$ лежат на одной прямой, следовательно, центр O_i кривизны «уходит» в

бесконечность. В этом случае кривизна русла равна 0. Если же главный определитель $\Delta_K \neq 0$, то координаты центра кривизны вычисляются однозначно по известному правилу Крамера:

$$x_K = \frac{\Delta_{K1}}{\Delta_K}, \quad y_K = \frac{\Delta_{K2}}{\Delta_K}, \quad (6)$$

При этом центр O_i кривизны может находиться, как справа по течению от русла, так и слева от него. Радиус R_i кривизны русла в точке $M(x_i, y_i)$ находится как расстояние

$$\left[(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2 \right]^{1/2}$$

между точками $O_i(x_K, y_K)$ и $M(x_i, y_i)$, а кривизна κ_i русла — как обратная ему величина:

$$\kappa_i = \frac{1}{R_i} = \frac{1}{\sqrt{(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2}} \quad (м^{-1}). \quad (7)$$

Кривизну береговой линии в каждом створе можно вычислить более точно, если использовать для его аппроксимации сплайны не 1-го, а 2-го или более высокого порядков. Дифференцируя полином $F(x, y) = 0$, представляющий сплайн, по x как неявную функцию $y(x)$, и полагая, что $(\partial F / \partial y)_i \neq 0$ в точке (x_i, y_i) , вычисляем значение dy/dx первой производной в этой точке. Дифференцируя затем $F(x, y) = 0$ по x дважды и используя ранее найденное значение первой производной, получаем уравнение для вычисления второй производной d^2y/dx^2 в точке (x_i, y_i) . Наконец, по формуле (1) вычисляем значение кривизны κ_i русла в рассматриваемой точке.

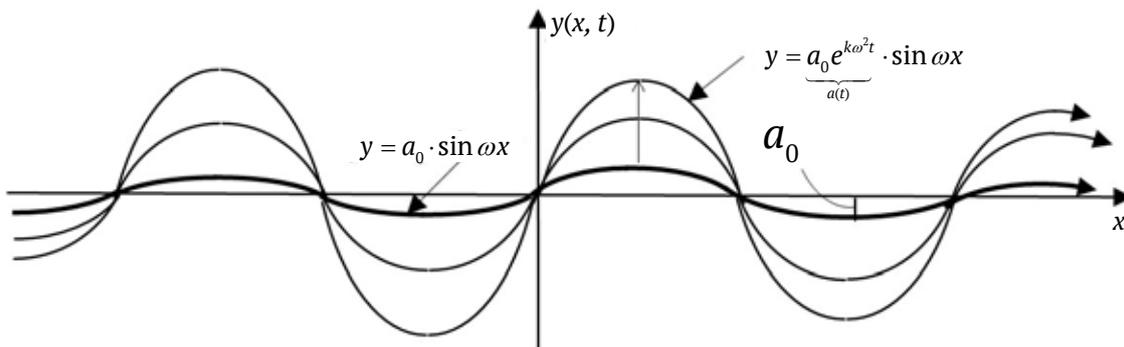
После того, как кривизна береговой линии в каждой ее точке найдена, можно перейти к трансформации положения русла от момента времени t к моменту времени $t + \Delta t$. Эту трансформацию осуществляем по следующим правилам.

1. Если в точке $M(x_i, y_i)$ русла $\Delta_K = 0$, то отрезок берега прямолинейный и его смещение принимается равным нулю, т.е.

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) \text{ и } y_i(t + \Delta t) = y_i(t).$$

Рис. 2. Развитие неустойчивости береговой линии и образование меандр

Fig. 2. Development of coastline instability and meander formation



2. Если в точке $M(x_i, y_i)$ русла $\Delta_K \neq 0$, то отрезок берега искривлен, поэтому в этой точке есть его перемещение. В этом случае сначала вычисляем единичный вектор \vec{e}_i , идущий от центра $O_i(x_K, y_K)$ кривизны в точку $M(x_i, y_i)$:

$$\vec{e}_i = \left\{ \frac{x_i - x_K}{\sqrt{(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2}}, \frac{y_i - y_K}{\sqrt{(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2}} \right\}.$$

Затем вычисляем вектор $\Delta\vec{r}$ смещение $\{\Delta x_i, \Delta y_i\}$ русла по формуле $\Delta\vec{r} = k_i \cdot \vec{e}_i \cdot \Delta t$ так, что

$$\begin{cases} x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \frac{x_i - x_K}{(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2} \cdot k_i \Delta t, \\ y_i(t + \Delta t) = y_i(t) + \frac{y_i - y_K}{(x_K - x_i)^2 + (y_K - y_i)^2} \cdot k_i \Delta t. \end{cases} \quad (8)$$

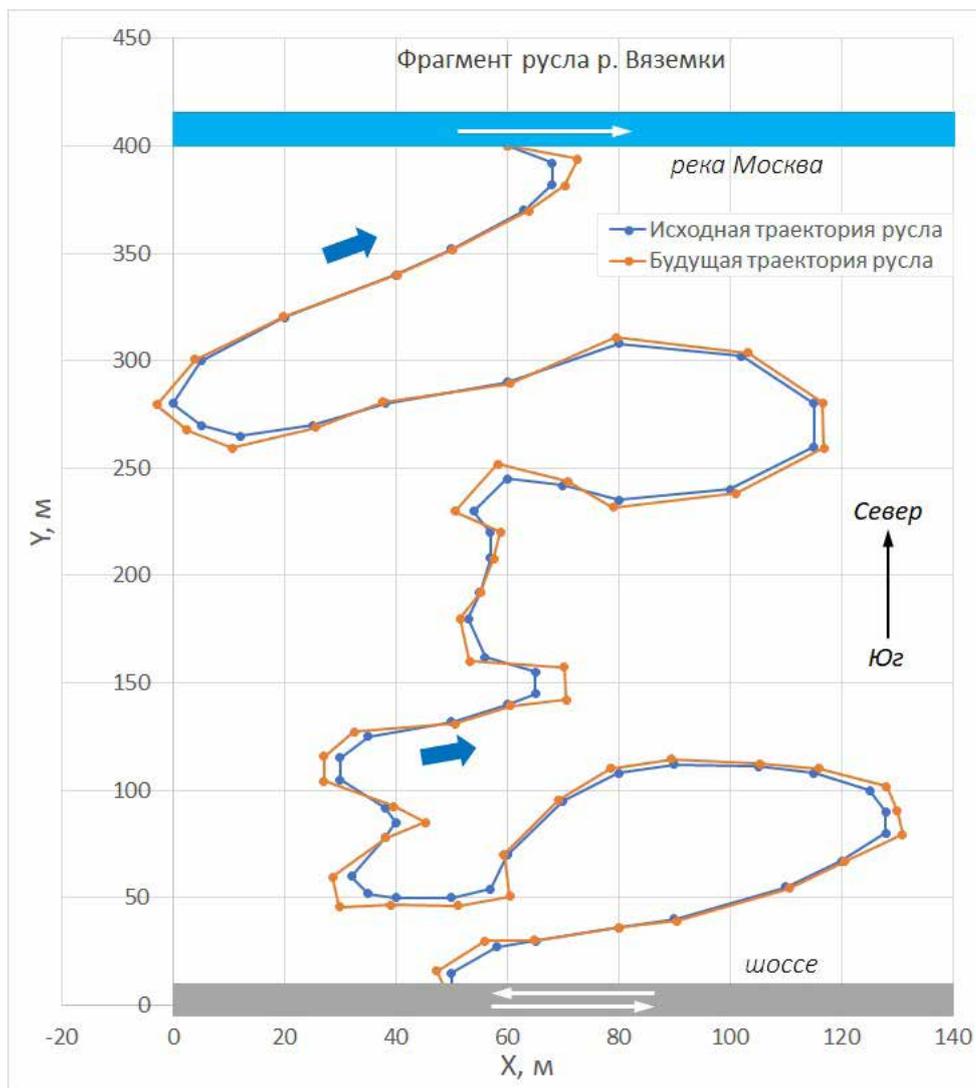
Таким образом, каждая пара координат $\{x_i(t), y_i(t)\}$ русла в момент времени t трансформируется в

пару новых координат $\{x_i(t + \Delta t), y_i(t + \Delta t)\}$ в момент времени $t + \Delta t$.

Из формул (8) трансформации видно, что смещение точек берега зависит не столько от самих значений k_i и Δt , сколько от их произведения $k_i \Delta t$, т.е. от произведения коэффициента пропорциональности k_i , характеризующего эрозионную устойчивость берега в данном створе реки, и рассматриваемой продолжительности (шага) Δt эрозионного процесса. Одно и то же значение этого произведения может относиться как к малым значениям k_i (высокой эрозионной устойчивости берега) с большой продолжительностью Δt действия этого процесса, так и к большим значениям k_i (т.е. низкой эрозионной устойчивости берега) с малой продолжительностью Δt действия эрозионного процесса. Предполагается, что картографический мониторинг деформации берега конкретной реки в течение достаточно продолжительного периода

Рис. 3. Схема объекта расчета

Fig. 3. Scheme of the calculation object (fragment of the Vyazemka riverbed)



времени позволит установить неизвестные заранее значения коэффициента k_i в точках русла.

Пример расчета

В качестве примера для демонстрации действия предлагаемого алгоритма возьмем примерно 600-метровый извилистый участок р. Вязёмка, правого притока реки Москвы между его устьем и Рублево-Успенским шоссе, рис. 3 (траектория русла в начальный момент времени $t = 0$ выделена голубым цветом). Берега этой реки сложены из илистых болотистых почв и в отдельных местах поросли лесом.

На рассматриваемом участке реки выделим 60 характерных точек так, чтобы окружности, проведенные через любые 3 смежные точки, приблизительно описывали форму русла реки в малой окрестности центральной из них. Для повышения точности длины звенья сплайна должны быть существенно меньше радиуса кривизны русла. В локальной системе декартовых координат с осью абсцисс, направленной вдоль шоссе, и началом отсчета на 23-м км, значения координат выделенных точек приведены в таблице 1.

Результаты расчетов свидетельствуют о качественно правдоподобной картине деформации русла. Однако применение для интерполяции

сплайнов первого порядка показало, что в местах наибольшей кривизны, где длины звеньев сплайна сравнимы с радиусом кривизны русла, могут появляться участки, на которых происходит резкая смена его направлений, что не соответствует действительности. В практических расчетах целесообразно применять сплайны 2-го или более высокого порядка, которые интерполируют русло по большему числу точек, нежели 3.

Сущность алгоритма прогнозного картографирования

Практическое использование алгоритма цифровой трансформации в конкретных случаях подразумевает его взаимодействие с гидрологическим мониторингом, поскольку параметры $k\Delta t$ расчета заранее неизвестны. Однако они могут быть установлены по результатам гидрологических наблюдений деформации русла за достаточно продолжительный интервал времени. Тогда, подбирая коэффициенты k_i для различных точек русла так, чтобы результаты расчета по предлагаемому алгоритму совпадали с результатами наблюдений, можно установить их истинные значения и связать эти значения с эрозионной устойчивостью берега, его строением и растительностью, а также с размерами реки, морфометрией излучин, расходами воды и т.п.

Табл. 1. Точечная аппроксимация русла р. Вязёмка

Tab. 1. Point approximation of the Vyazemka riverbed

i	(x_i, y_i) , м						
1	(50, 0)	16	(70, 95)	31	(65, 145)	46	(80, 308)
2	(50, 15)	17	(60, 70)	32	(65, 155)	47	(60, 290)
3	(58, 27)	18	(57, 54)	33	(56, 162)	48	(38, 280)
4	(65, 30)	19	(50, 50)	34	(53, 180)	49	(25, 270)
5	(80, 36)	20	(40, 50)	35	(55, 192)	50	(12, 265)
6	(90, 40)	21	(35, 52)	36	(57, 208)	51	(5, 270)
7	(110, 55)	22	(32, 60)	37	(57, 220)	52	(0, 280)
8	(120, 67)	23	(38, 78)	38	(54, 230)	53	(5, 300)
9	(128, 80)	24	(40, 85)	39	(60, 245)	54	(20, 320)
10	(128, 90)	25	(38, 92)	40	(70, 242)	55	(40, 340)
11	(125, 100)	26	(30, 105)	41	(80, 235)	56	(50, 352)
12	(115, 108)	27	(30, 115)	42	(100, 240)	57	(63, 370)
13	(105, 111)	28	(35, 125)	43	(115, 260)	58	(68, 382)
14	(90, 112)	29	(50, 132)	44	(115, 280)	59	(68, 392)
15	(80, 108)	30	(60, 140)	45	(102, 302)	60	(60, 400)

Список источников

1. Бунге В. Теоретическая география / Пер. с англ. В.Я. Барласа и др. – М. : Прогресс, 1967. – 279 с.
2. Великанов М.А. Русловой процесс (основы теории). – М. : Физматгиз, 1958. – 395 с.
3. Завадский А.С., Чалов Р.С. Региональный анализ свободного меандрирования // Вестник МГУ. Сер. 5: География. – 1997. – № 3. – С. 32–36.
4. Замышляев В.И. О причинах меандрирования рек (обзор зарубежных авторов) // Вопросы гидрологии суши / под ред. М.С. Грушевского и З.Д. Копалиани. – Л. : Гидрометеоздат, 1978. – С. 138–141.
5. Кондратьев А.Н. Причина образования извилистости: меандрирование рек и других природных потоков // Известия Российской Академии наук. Серия географическая. – 2000. – № 4. – С. 42–44.
6. Кондратьев Н.Е., Попов И.В., Смищенко Б.Ф. Основы гидроморфологической теории руслового процесса. – Л.: Гидрометеоздат, 1982. – 272 с.
7. Ляпин А.Н. О возникновении извилистости русел // Вопросы формирования речных русел и берегов водохранилищ / под ред. Н.Е. Кондратьева. – (Труды ГГИ ; вып. 56 (110)). – Л. : Гидрометеоздат, 1956. – С. 103–117.
8. Маккавеев Н.И. Русло реки и эрозия в её бассейне. – М. : АН СССР, 1955. – 346 с.
9. Салищев К.А. О картографическом методе исследования // Вестник МГУ. Сер. физико-математических и естественных наук. – 1955. – № 10. – С. 161–170.
10. Чалов Р.С. Русловедение: теория, география, практика. Т. 2: Морфодинамика речных русел. – М. : URSS, 2011. – 955 с.
11. Чалов Р.С. Толковый терминологический и понятийный словарь-справочник по русловедению. – М. : Ваш формат, 2022. – 141 с.
12. Чибряков Я.Ю. «Теоретическая география» Вильяма Бунге и ее значение для картографии // Геодезия и картография. – 2022. – Т. 83. – № 1. – С. 18–30. DOI: 10.22389/0016-7126-2022-979-1-18-30.

References

1. Bunge W. Theoretical geography. Lund: Gleerup, 1966. 289 p.
2. Velikanov M.A. Ruslovoi protsess (osnovy teorii) [Riverbed process (basics of the theory)]. Moscow: Fizmatgiz; 1958. 395 p.
3. Zavadskii A.S., Chalov R.S. Regional'nyi analiz svobodnogo meandrirovaniya [Regional analysis of free meandering]. *Lomonosov Geography Journal*. 1997;(3):32–36.
4. Zamyshlyayev V.I. O prichinakh meandrirovaniya rek (obzor zarubezhnykh avtorov) [On the causes of meandering of rivers (review of foreign authors)]. In: Voprosy gidrologii sushii. Grushevskii M.S., Kopaliani Z.D., eds. Leningrad: Gidrometeoizdat; 1978. pp. 138–141.
5. Kondrat'ev A.N. Prichina obrazovaniya izvilistosti: meandrirovaniye rek i drugih prirodnykh potokov [The reason for the formation of tortuosity: meandering of rivers and other natural streams]. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii nauk. Seriya geograficheskaya*. 2000;(4):42–44.
6. Kondrat'ev N.E., Popov I.V., Snishchenko B.F. Osnovy gidromorfologicheskoi teorii rusloвого protsessa [Fundamentals of the hydromorphological theory of the riverbed process]. Leningrad: Gidrometeoizdat; 1982. 272 p.
7. Lyapin A.N. O vozni knovenii izvilistosti rusel [On the origin of the tortuosity of riverbeds]. In: Voprosy formirovaniya rechnykh rusel i beregov vodokhranilishch. Kondrat'ev N.E. (ed.). Leningrad: Gidrometeoizdat; 1956. pp. 103–117.
8. Makkaveev N.I. Ruslo reki i ehroziya v ee basseine [Riverbed and erosion in its basin]. Moscow: AN SSSR; 1955. 346 p.
9. Salishchev K.A. O kartograficheskom metode issledovaniya [On the cartographic method of research]. *Vestnik MGU. Ser. fiziko-matematicheskikh i estestvennykh nauk*. 1955;(10):161–170.
10. Chalov R.S. Ruslovedenie: teoriya, geografiya, praktika. T. 2: Morfodinamika rechnykh rusel [Riverbed studies: theory, geography, practice. Vol. 2: Morphodynamics of riverbeds]. Moscow: URSS; 2011. 955 p.
11. Chalov R.S. Tolkovyi terminologicheskii i ponyatiinyi slovar'-spravochnik po ruslovedeniyu [Explanatory terminological and conceptual dictionary and reference book on riverbed studies]. Moscow: Vash format; 2022. 141 p.
12. Chibryakov Ya.Yu. "Theoretical geography" by William Bunge and its significance for cartography. *Geodezia i kartografiya*. 2022;83(1):18–30.

Статья поступила в редакцию 09.01.2023, одобрена после рецензирования 15.03.2023, принята к публикации 03.04.2023.

The article was submitted 09.01.2023; approved after reviewing 15.03.2023; accepted for publication 03.04.2023.

Информация об авторах

Лурье Ирина Константиновна

Доктор географических наук, профессор, заслуженный профессор МГУ, заведующая кафедрой «Картография и геоинформатика»

Географический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
119991 Москва, ГСП-1, Ленинские горы
e-mail: lurie@mail.ru

Лурье Михаил Владимирович

Доктор технических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ
Российский государственный университет нефти и газа (Научно-исследовательский университет) имени И.М. Губкина
119991 Москва, Ленинский проспект, д. 65, корп. 1
e-mail: lurie.m@gubkin.ru

Information about authors

Irina K. Lurie

Doctor of Geography, Professor, Honored Professor of MSU, Head of the Department of Cartography and Geoinformatics
Faculty of Geography of Lomonosov Moscow State University
GSP-1, Leninskie gory, Moscow, 119991, Russia
e-mail: lurie@mail.ru

Mikhail V. Lurie

Doctor of Technical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Scientist of Russia
National University of Oil and Gas "Gubkin University"
65, build. 1, Leninsky prospekt, Moscow, 119991, Russia
e-mail: lurie.m@gubkin.ru