УДК 519.81:550.8

Е.Н. Черемисина, А.А. Никитин

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ КРИТЕРИИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЯХ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Общие положения системного анализа

Системный анализ – совокупность методов, ориентированных на проблемы принятия решений в условиях, когда выбор альтернатив требует изучения информации разной природы [8].

Такое определение системного анализа непосредственно относится к различным проблемам геолого-геофизических исследований, включая выбор определенной стадии геологоразведочного процесса, процесс физико-геологического моделирования и на его основе обоснование рационального комплекса геофизических методов, а также использование геоинформационных систем и технологий, обеспечивающих реализацию технического (геологического) задания.

При выборе геофизического комплекса на разных стадиях геологоразведочного процесса требуется достижение наиболее полного решения поставленной геологической задачи с наименьшими затратами средств и времени, т.е. явно противоречивые требования, определяющие проблемную ситуацию [9].

В то же время при геолого-геофизических исследованях встречаются достаточно простые, **хорошо формализованные** задачи, для решения которых используются в основном детерминированные (аналитические) методы, обеспечивающие числовые решения при анализе и интерпретации геофизических полей, например при оценке размеров и глубины залегания сильно контрастных по физическим свойствам объектов постой формы при их неглубоком залегании. В большинстве случаев возникают ситуации по выбору альтернативных решений, которые сводятся к постановке и решению **слабоформализованных** задач, например задачи прогноза залежей полезных ископаемых по данным комплекса полей и их атрибутов.

Решение слабоформализованных задач обусловлено как неоднозначностью определения геологической природы геофизических аномалий, так и неоднозначностью оценивания параметров изучаемых геообъектов по результатам лишь одного геофизического метода.

Решение слабоформализованных задач реализуется на основе экспертных систем с использованием механизма логического вывода для предварительно установленных правил из базы знаний [4], ориентированного в настоящее время, главным образом, на байесовский подход [10].

В задачах управления геологоразведочным предприятием и тем более крупными регионами неизбежно возникает необходимость решения **неформализованных** или плохо структурированных задач, требующих использования специальных критериев принятия решений путем экспертных суждений и многокритериального выбора.

Именно при этом применение количественных критериев системного анализа обеспечивает возможность принятия управленческих решений, когда возникает множество альтернативных целей и решений, характеризующих проблемную ситуацию.

В общем случае при системном анализе реализуется множество альтернативных целей (задач) и множество возможных их решений с выбором **предпочтительного решения** на базе рассмотренных ниже критериев принятия решений. Проблема выбора и принятия решений представляет центральную проблему системного анализа [1].

Следует различать такие понятия, как системный подход и системный анализ.

При системном подходе обеспечивается построение системы исследований из образующих ее составляющих с учетом их взаимодействия. На базе системного подхода реализованы:

– стадийность геологоразведочного процесса (региональные исследования – поиски– оценка – разведка – разработка месторождений) с определением типовых комплексов геофизических методов для каждой стадии, которые приведены в работе [2];

– построение иерархической системы прогнозно-поисковых физико-геологических моделей соответственно для рудных и нефтегазоносных регионов: рудная провинция (осадочный бассейн) – рудный узел (нефтегазоносная область) – рудное поле (нефтегазоперспективная зона – месторождение (залежь углеводородов), а также процесс физико-геологического моделирования геообъектов [7, 11];
– создание геоинформационных систем и технологий, отражающих переход от автоматизированных систем обработки данных (АСОД) и географических информационных систем к геоинформационным и экспертным системам и заканчивая построением информационных аналитических систем [10, 11].

Развитие геоинформационных систем по усложнению принимаемых решений при геолого-геофизических исследованиях представлено на рис. 1.

Если с использованием АСОД и географических систем решаются хорошо формализованные задачи на базе стандартных графов обработки данных отдельных геофизических методов, то применение геоинформационных и экспертных систем обеспечивает решение слабоформализованных задач, а информационно-аналитические системы предназначены, главным образом, для решения неформализованных задач в проблемных ситуациях управления на базе количественных критериев системного анализа в виде систем поддержки принятия управленческих решений.

Практически все количественные критерии системного анализа для принятия решений требуют предварительного построения матрицы ранжировок функции предпочтения f_{ij} по альтернативным целям (задачам) A_i и возможным их решениям Y_j. При решении каждой задачи могут возникать разные ситуации S_{ik}, например, в задачах геокартирования на основе комплекса геофизических методов возможно либо наличие, либо отсутствие чехла рыхлых отложений. При этом оценивается вероятность каждой ситуации P_{ik}, вводятся коэффициенты относительной важности цели (задачи) β, а произведение $P \cdot \beta$ характеризует «вес» каждой цели при соответствующей ситуации, иначе, достижение цели A_i при ситуации S_{ik}. В определенной степени в значениях P и β учитываются денежные и временные затраты на достижение цели.

Ранжировка значений функции предпочтения f_{ij} по целям и решениям осуществляется экспертом или лицом, принимающим решение (ЛПР), по балльной шкале.

Если измерения функции предпочтения f_{ij} в матрице ранжировки заданы в порядковой шкале, то предпочтительное решение Y^* принимается согласно минимаксному критерию

$$\min_i \max_j f_{ij} \Rightarrow Y^*, \qquad (1)$$

где i – номер цели (задачи), j – номер решения.

Если измерения функции предпочтения fj даны в количественной шкале, то используют критерий

$$\max_i \min_j f_{ij} \Rightarrow Y^* \qquad (2)$$

В назначении баллов ЛПР учитывает возможные денежные и временные затраты при достижении конкретной цели (задачи).

Различают критерии индивидуального и группового выбора решения [6].

2. Критерии индивидуального выбора решения

В тех случаях, когда решение принимается одним экспертом (одно ЛПР), выбор предпочтительного (оптимального) решения реализуется на основе следующих критериев: гарантированного результата, оптимизма, Гурвица и максимума среднего выигрыша.

Критерий гарантированного результата представляет минимаксный критерий в виде выражения (1) или максиминный критерий в виде выражения (2). Предпочтительное решение Y^* определяется из матрицы ранжировки функций предпочтения f_{ij} по целям A_i и решениям Y^*. Критерий гарантированного результата является весьма осторожным критерием, и его еще называют критерием пессимизма.

Критерий оптимизма определяется как

$$\max_i \max_j f_{ij} \Rightarrow Y^*. \qquad (3)$$

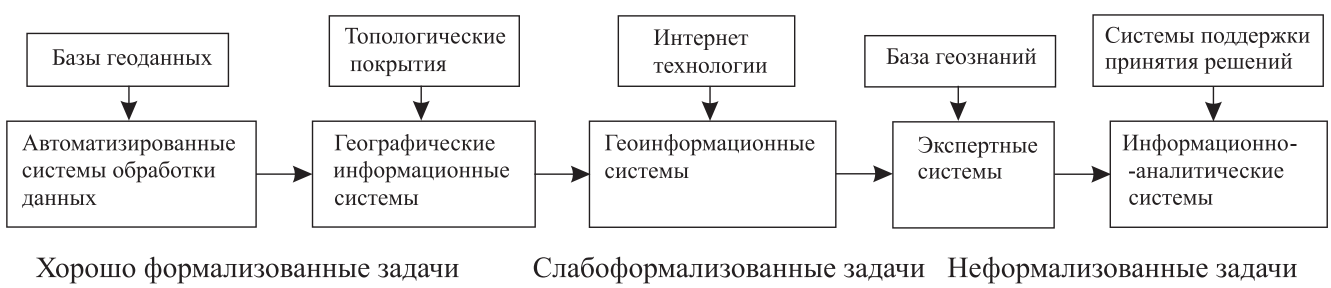

Рис. 1. К развитию геоинформационных систем

Критерий Гурвица представляет комбинацию критериев гарантированного результата и оптимизма. Для измерений функции предпочтения в количественной шкале этот критерий определяется как

$$\max_i \left[\beta \min_j \left(f_{ij}\right) + \left(1-\beta\right) \max_j f_{ij}\right] \Rightarrow Y^*. \quad (4)$$

При $\beta = 1$ критерий Гурвица превращается в критерий гарантированного результата (2), а при $\beta = 0$ – в критерий оптимизма (3).

Ниже, в разделе 3, рассмотрены примеры применения критериев гарантированного результата и Гурвица.

Для **критерия максимума среднего выигрыша** матрица ранжировки функции предпочтения преобразуется в матрицы парных сравнений, элементы которых для каждой цели A_i определяют по правилу:

$$Y_{ik}^j = \begin{cases} 1, \text{ если } Y_i \geq Y_k \text{ в ситуации } j \\ 0, \text{ если } Y_i < Y_k \text{ в ситуации } j \end{cases}. \quad (5)$$

В качестве примера построения матриц парных сравнений рассмотрим четыре альтернативных решения, для которых с точки зрения достижения целей A_1 и A_2 матрицы значений функции предпочтений допустим имеют следующий вид:

$$\begin{array}{ccc} & A_1 & A_2 \\ y_1 & 1 & 2 \\ y_2 & 2 & 1 \\ y_3 & 2 & 1 \\ y_4 & 3 & 3 \end{array}. \quad (6)$$

Для этой матрицы ранжировок, с учетом правила (5), получаем две матрицы парных сравнений соответственно для A_1 и A_2:

$$A_1 \qquad\qquad\qquad\qquad A_2$$

$$\begin{array}{ccccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ y_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ y_1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ y_2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad (7)$$

Первая матрица для A_1 в (7) строится следующим образом. В первом столбце ранг функции предпочтения для решений Y_1, равный 1, сравнивается с рангами решений y_1, y_2, y_3, y_4, которые равны в матрице (6) соответственно 1, 2, 2, 3.

Поскольку ранг y_1 равен 1, то в первой строке столбца для y_1 получаем 1 в соответствии с правилом (5), а в остальных строках этого столбца получаем 0, поскольку значения рангов y_2, y_3, y_4 больше ранга y_1. Соответственно для второго столбца (для A_1) в (7) ранг y_2, равный 2 в матрице (6), сравнивается с рангом y_1, равным 1. Поскольку последний меньше 2, то в первой строке второго столбца для A_1 получаем 1. Такое же значение 1 будет для второй и третьей строки матрицы парных сравнений для A_1, а в последней строке ранг y_4, равный 3 в (6), больше ранга для y_2, равного 2, т.е. получаем 0 и т.д.

Совершенно аналогично строится вторая матрица парных сравнений для A_2 в (7), исходя из сравнения рангов второго столбца для A_2 в матрице ранжировки (6).

Критерий максимума среднего выигрыша имеет четкое обоснование в случае повторяющихся событий. Если измерения функции предпочтения заданы в количественной шкале, то критерий определяется как [6]:

$$\max_i \sum_{j=1}^{n} p_j f_{ij} \Rightarrow Y^*, \quad (8)$$

где p_j – вероятность j-й ситуации для цели A_i, а n – число ситуаций; f_{ij} – значение функции предпочтения i-го решения в j-й ситуации. Смысл критерия (8) состоит в том, что надо выбрать такое его значение, которое обеспечивает максимум математического ожидания, или среднего значения функции предпочтения. Если измерения функции предпочтения даны в порядковой шкале, т.е. в виде рангов, то с помощью матриц парных сравнений следует преобразовать соответствующие ранжировки решений в такие матрицы, числа в которых рассматриваются как величины, выраженные в балльной шкале, и, следовательно, с такими числами можно производить обычные операции сложения и умножения. После нахождения матриц парных сравнений, в соответствии с правилом (5), определяется математическое ожидание числа голосов, поданных за предпочтение того или иного решения, по формуле

$$C_{ik} = \sum_{j=1}^{n} p_j y_{ik}^j. \quad (9)$$

При этом для каждой ситуации S_j матрицы парных сравнений определяются по правилу:

$$Y_{ik}^j = \begin{cases} 1, \text{ если } f_{ij} \geq f_{ik} \\ 0, \text{ если } f_{ij} < f_{ik} \end{cases} \quad i, k = 1..., m \quad (10)$$

Предпочтительное решение Y^* определяется согласно критерию

$$\max_i \sum_{k=1}^{m} C_{ik} \Rightarrow Y^*. \quad (11)$$

3. Примеры применения критериев индивидуального выбора

В качестве примера использования критерия Гурвица приведем выбор решения из трех геоинформационных систем ПАНГЕЯ (Y_1), КОСКАД-3D (Y_2) и ГИС ИНТЕГРО (Y_3) при решении трех геологических задач (целей) по изучению осадочного чехла

(A_1), кристаллического фундамента (A_2) и глубинного строения земной коры (A_3). Соответствующую матрицу ранжировок функции предпочтения по целям и решениям представим в виде

$$\begin{array}{cccc} & A_1 & A_2 & A_3 \\ y_1 & 1 & 2 & 2 \\ y_2 & 2 & 3 & 2 \\ y_3 & 2 & 1 & 1 \end{array}.$$

Значения функции предпочтения даны в порядковой шкале, т.е. 1 соответствует наилучшему решению, а 3 – наихудшему. Для приведенной матрицы найдем матрицы парных сравнений для ранжировок по каждой задаче, которые согласно правилу (5) принимают вид:

$$\left\|y_{ik}^{1}\right\|=\begin{vmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&1&1\end{vmatrix}\quad \left\|y_{ik}^{2}\right\|=\begin{vmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{vmatrix}\quad \left\|y_{ik}^{3}\right\|=\begin{vmatrix}1&1&0\\1&1&0\\1&1&1\end{vmatrix}.$$

Матрица $\|a_{ij}\|$, которая определяет суммы голосов, поданных за каждое решение для каждой задачи, находится простым суммированием этих трех матриц парных сравнений:

$$\left\|\alpha_{ij}\right\|=\left\|y_{ij}^{1}\right\|+\left\|y_{ij}^{2}\right\|+\left\|y_{ij}^{3}\right\| =$$

$$=\begin{vmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&1&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3&3&1\\1&3&1\\2&3&3\end{vmatrix}.$$

Оптимистическое значение $\bar{a}$ и пессимистическое значение $\underline{a}$ для оценок функции предпочтения равны соответственно:

$$\overline{\alpha} = \max\left\|\alpha_{ij}\right\|=\left\|\begin{matrix}3\\3\\3\end{matrix}\right\| \quad \underline{\alpha} = \min\left\|\alpha_{ij}\right\|=\left\|\begin{matrix}1\\1\\2\end{matrix}\right\|.$$

Если в качестве коэффициента пессимизма примем $\beta = 0{,}4$, найдем максимум из трех чисел, вычисленных согласно критерию Гурвица (4):
$\max(0{,}4 \cdot 3 + 0{,}6 \cdot 1; 0{,}4 \cdot 3 + 0{,}6 \cdot 1; 0{,}4 \cdot 3 + 0{,}6 \cdot 2) =$
$= \max (1{,}8; 1{,}8; 2{,}4)$.

Оптимальным решением по критерию Гурвица является решение y_3, поскольку максимум из трех чисел (1,8; 1,8; 2,4) равен 2,4. Иначе следует принять решение об использовании геоинформационной системы ИНТЕГРО, подробное изложение которой приведено в [10], а в монографии [5] в качестве системы ГИС ИНТЕГРО-ГЕОФИЗИКА.

В качестве примера использования критерия гарантированного результата рассмотрим выбор типового комплекса геофизических методов при региональных исследованиях с целями: изучение глубинного строения земной коры (A_1), геотектонического районирования с выделением рудоносных провинций (A_2) и создания региональной геоструктурной основы (A_3) (табл. 1).

В качестве возможных ситуаций примем две: S_1 – отсутствие осадочного чехла и S_2 – наличие осадочного чехла мощностью более 2 км.

В качестве альтернативных решений в матрице ранжировки решений в табл. 1 обозначены типовые комплексы геофизических методов: y_1 – спутниковая геофизика; y_2 – региональные аэрогеофизические съемки, y_3 – глубинные электромагнитные и сейсморазведочные работы. Последние три строки в табл. 1 определяют вероятность ситуации p, принятую для ситуации $S_1 – p(S_1) = 0{,}3$, а для ситуации $S_2 – p(S_2) = 0{,}7$, коэффициент относительной важности цели β и произведение $p \cdot \beta$, как обобщенный вес каждой цели A_i при гипотезе S_j.

Ранжировка матрицы предпочтений в табл. 1 осуществлена в баллах, представленных в количественной шкале, т.е. 4 балла соответствуют лучшему решению, а 1 балл – худшему. При этом в значениях функции предпочтения учитывались материальные и временные затраты при реализации решений y_1, y_2, y_3. Так, сравнительно низкие баллы для решения y_3 связаны с ограничением по материальным и временным затратам, которые здесь существенно больше, чем при реализации решений y_1, y_2. Согласно критерию гарантированного результата (1) предпочтительным решением является y_3.

Другой пример использования критерия гарантированного результата касается выбора способа обеспечения геологического задания, при котором требуется провести ускоренную оценку перспективного объекта в течение одного месяца полевого сезона. Объект удален от базы экспедиции на 250 км, расположен в холмистой местности в 20 км от побережья крупной реки. В 30 км от объекта имеется небольшой поселок, к которому возможен проезд с базы экспедиции высокопроходимым автотранспортом. В развитии проблемной ситуации сформулированы две гипотезы: S_1 – дождливое лето, трудно обеспечить авиаполеты и существенно затруднен проезд автотранспортом – $p(S_1) = 0{,}7$; S_2 – сухое лето, низкий уровень воды в реке – $p(S_2) = 0{,}3$.

Множество целей экспедиции представлено таковым:

A_1 – выполнить необходимые объемы работ;

A_2 – обеспечить высокое качество геологоразведочных работ;

A_3 – обеспечить минимум затрат на доставку материальных ресурсов к объекту;

A_4 – обеспечить максимальную безопасность персонала.

Таблица 1

Матрица ранжировки решений на множестве целей при региональном изучении

Решения	Цели (задачи)							
	A_1 – изучение глубинного геологического строения земной коры		A_2 – геотектоническое районирование с выделением рудоносных провинций		A_3 – создание региональной геоструктурной основы		$\max_j$	$\min_i$
	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2		
Y_1 – спутниковая геофизика (инфракрасная, гравимагнитная и электромагнитная съемки)	3	1	4	1	3	2	4	
Y_2 – региональные аэрогеофизические (гравимагнитная, электромагнитная, тепловая) съемки	3	1	3	2	4	3	4	
Y_3 – глубинные электроразведочные (МТЗ, ДЭЗ, ЗСП, ВЭЗ) и глубинные сейсморазведочные (ГСЗ, КМПВ, МОВ) исследования	2	3	2	3	3	3	3	3
P	0,3	0,7	0,3	0,7	0,3	0,7		
β	0,3		0,3		0,4			
$P \cdot \beta$	0,09	0,21	0,09	0,21	0,12	0,28		

Примечание: сравнительно низкие баллы для решения Y_3 связаны с ограничением по материальным и временным затратам, которые существенно больше, чем при реализации решений Y_1 и Y_2.

При этом вводятся два ограничения: B_1 – полевые работы завершить в течение месяца и B_2 – объем затрат на транспорт и временное строительство не должен превышать сметную стоимость в размере 3 млн руб.

Для данной проблемной ситуации предлагаются четыре альтернативных решения:

Y_1 – доставлять материалы и оборудование авиатранспортом с затратами 3 млн руб.

Y_2 – доставлять материалы речным транспортом и далее гусеничным транспортом – 1,8 млн руб.

Y_3 – доставлять материалы в поселок автотранспортом, а на объект вертолетом, с учетом строительства взлетно-посадочной площадки – 1,8 млн руб.

Y_4 – построить от поселка до объекта дорогу с доставкой материалов на объект автотранспортом, с учетом строительства дороги – 1,8 млн руб.

Описанная проблемная ситуация (аналогичная рассмотрена в [6]) представлена в табл. 2 в виде матрицы ранжировок решений на множестве целей и двух возможных ситуаций S_1 и S_2. Баллы приведены в количественной шкале, как и для предыдущего примера.

В соответствии с критерием гарантированного результата оптимальным решением по формуле (1) является решение Y_2. При этом находится наихудшее значение функции предпочтения для каждого решения по каждой цели, т.е. наименее благоприятная оценка каждого решения, для чего в матрице ранжировок находится максимальное значение функции предпочтения по каждой строке (это столбец матрицы $\max_i$).

Далее выбирается такое решение, которое характеризуется наибольшим предпочтением, т.е. определяется минимум функции предпочтения по строкам матрицы (это столбец матрицы $\min_j$).

4. Критерии группового выбора решений

К критерием группового выбора, при котором решение определяется группой экспертов – групповое ЛПР, – относятся:

Таблица 2

Матрица ранжировок решений на множестве целей

Решения	**Объемы работ A_1**		**Качество работ A_2**		**Затраты A_3**		**Безопасность A_4**		**$\max\limits_j$**	**$\min\limits_i$**
	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2		
Y_1	4	1	4	1	4	4	2	1	4	
Y_2	1	3	1	3	3	3	1	2	3	3
Y_3	3	2	3	2	1	1	4	3	4	
Y_4	2	4	2	4	2	2	3	4	4	
p	0,7	0,3	0,7	0,3	0,7	0,3	0,7	0,3		
β	0,3		0,3		0,15		0,25			
$p \cdot \beta$	0,21	0,09	0,21	0,09	0,105	0,045	0,175	0,075		

– критерий простого большинства голосов;
– критерий относительного большинства голосов;
– критерий диктатора;
– критерий Парето.

Основой всех критериев группового выбора является построение матриц парных сравнений.

Критерий простого большинства голосов имеет строгое математическое обоснование, состоящее в расчете расстояния Хэмминга, равного сумме модулей разности матриц парных сравнений. Если d – число членов группового ЛПР (или число целей), причем каждый член группового ЛПР (или каждая цель) определяет ранжировку имеющихся решений. Каждой ранжировке соответствует матрица парных сравнений, в которой элементы принимают значения 1 или 0, т.е.

$$x_k = \begin{cases} 1, \text{ если } r_i \le r_k \\ 0, \text{ если } r_i > r_k \end{cases},$$

где r_i и r_k – ранги решений Y_i и Y_k; i, k = 1, ..., m; m – число решений.

Такая ранжировка аналогична (5). Между матрицами парных сравнений вводится расстояние Хэмминга R_{sl}:

$$R_{s,l} = \sum_{i,k=1}^{m} \left| x_{ik}^{s} - x_{ik}^{l} \right|, \tag{12}$$

s, l = 1, ..., d; x^s_{ik} и x^l_{ik} – матрицы парных сравнений, соответствующие ранжировкам решений s-го и l-го членов группового ЛПР. Это соответствует ранжировкам решений, выполненных с точки зрения достижения s-й и l-й целей. Смысл расстояния Хэмминга состоит в том, что это расстояние совпадает с числом поразрядных несовпадений двух матриц парных сравнений для членов группы ЛПР с номерами l и s.

Так, для примера из четырех альтернативных решений при достижении двух целей A_1 и A_2, приведенных в виде (6), матрицы парных сравнений которых представлены в виде (7), расстояние Хэмминга между этими матрицами равно 4.

Минимальное расстояние Хэмминга соответствует одинаковым ранжировкам и равно 0, а максимальное расстояние соответствует противоположным ранжировкам и при отсутствии одинаковых рангов будет равно $m(m-1) = 12$.

Для критерия простого большинства голосов определяется такая матрица парных сравнений, которая наилучшим образом согласуется с имеющими d-матрицами парных сравнений, в том смысле, что

$$\min \sum_{s=1}^{d} \sum_{i,k=1}^{m} \left| x_{in}^{s} - x_{ik}^{l} \right| \Rightarrow \left\| x_{ik}^{*} \right\|. \tag{13}$$

Эта результирующая матрица $\left\| x_{ik}^{*} \right\|$ называется медианой.

Далее вводится величина $\alpha_{ik} = \sum_{s=1}^{d} x_{ik}^{s}$, которая характеризует количество голосов, поданных d членами группового ЛПР за то, что $r_i \le r_k$, иначе, за то, что решение Y_i не хуже решения Y_k. Вместо членов группового ЛПР можно рассматривать сами цели (задачи), тогда величина α_k будет характеризовать суммарное число предпочтений решения Y_i к решению Y_k с точки зрения достижения всех целей.

В том случае, когда $\alpha_k \ge d/2$, в результирующей матрице парных сравнений элемент $x^*_{ik} = 1$, т.е. решение

$Y_i \geq Y_k$, если оно собрало большинство голосов. В противном случае $x^*_{ik} = 0$. В том случае, когда члены группового ЛПР (или цели) имеют разные коэффициенты относительной важности или веса β_s, $s = 1, ..., d$, медиана определяется как минимальная взвешенная сумма поразрядных несовпадений элементов матриц парных сравнений к искомой матрице x^*_{ik}, т.е.

$$\min \sum_{s=1}^{d} \sum_{i,k=1}^{n} \beta_s \left| x^s_{ik} - x^l_{ik} \right| \Rightarrow \left\| x^*_{ik} \right\|. \qquad (14)$$

Если величины β_s нормализованы, т.е. $\sum_{s=1}^{d} \beta_s = 1$, то вводя величину $b_{ik} = \sum_{s=1}^{d} \beta_s x^s_{ik}$ можно показать, что элементы результирующей матрицы (14) определяются в соответствии с правилом:

$$x^*_{ik} = \begin{cases} 1, \text{ если } b_{ik} \geq 0{,}5 \\ 0, \text{ если } b_{ik} < 0{,}5 \end{cases}.$$

Для получения упорядоченных решений с помощью результирующей матрицы следует выделить коэффициенты, равные отношению суммы единиц в строке результирующей матрицы к общему числу единиц

$$\alpha_i = \sum_{k=1}^{n} x^*_{ik} \Big/ \sum_{i,k=1}^{m} x^*_{ik}. \qquad (15)$$

Упорядочение коэффициентов α_i соответствует упорядочению решений Y_i.

Критерий относительного большинства голосов обеспечивает такое решение, которое соответствует группе ЛПР, обладающей наибольшим числом голосов. При этом функции группового предпочтения F формулируются в соответствии с правилом $F(f_{v1}, f_{v2}, ..., f_{vr}) \rightarrow f_{vz}$, где $i = 1, ..., s$. Здесь n_{v1} – число членов группового ЛПР.

Критерий диктатора состоит в том, что предпочтительное решение принимается лишь одним членом группы ЛПР. В тех случаях, когда учитывается наличие согласия между всеми членами группы, применяется **критерий Парето**. Согласно этому критерию определяется не одно, а некоторое множество решений. Если имеется множество допустимых решений $Y_p = (Y_1, ..., Y_m)$, а группа ЛПР, состоящая из d членов, то $f_i(Y_j)$, где $i = 1, ..., d$, $j = 1, ..., m$, определяет значение функции предпочтения i-го члена группы ЛПР при решении Y_j, эффективным или оптимальным решением по критерию Парето является такое решение Y_i, для которого не существует решения Y_j, строго лучшего, чем Y_k для всех членов группового ЛПР одновременно.

Иначе, все функции предпочтения $f(Y_k) \geq f_i(Y_j)$ и хотя бы для одного l, $l = 1, ..., d$, $f_l(Y_k) > f_l(Y_j)$. Множество эффективных решений определяется путем сравнения всех решений по предпочтениям.

5. Применение критерия простого большинства голосов

В качестве примера применения критерия простого большинства голосов приведем выбор предпочтительного решения в ситуации при проведении комплекса геолого-геофизических методов при прогнозе углеводородного сырья для слабоизученной территории, для которой известна достаточно большая мощность осадков с наличием в них коллекторов на глубинах 2-3 км.

При этом множество целей A определим как:

A_1 – обеспечить построение структурных планов отражающих горизонтов на глубинах 2-3 км;

A_2 – осуществить прогноз возможного нефтегазонаполнения в коллекторах;

A_3 – построить структурно-тектоническкую карту изучаемой территории;

A_4 – охарактеризовать глубинное строение геологического разреза до 5-6 км;

A_5 – оценить возможные ресурсы углеводородов по категории D_2 для выделенных локальных структур;

A_6 – откартировать возможные субвертикальные каналы дегазации, чтобы подтвердить или опровергнуть абиогенную гипотезу образования углеводородов.

Множество ограничений B сводится к следующему:

B_1 – ограниченные материально-технические средства;

B_2 – ограниченная возможность проведения аэрогеофизических съемок;

B_3 – ограниченная возможность приобретения аппаратуры по импорту;

B_4 – сложность привлечения подрядных организаций.

Множество альтернативных решений формируется таким образом:

Y_1 –провести детальную 2D-сейсморазведку;

Y_2 – провести детальные 2D-сейсморазведку и гравиметрическую съемку;

Y_3 – реализовать широкий комплекс аэросъемок и наземных сейсмо-гравиметрических исследований, с привлечением данных геофизических скважин по смежной территории;

Y_4 – повести детальную 3D-сейсморазведку и аэро-гравиметрическую съемку с помощью подрядной организации.

Ранжирование решений на множестве целей с учетом имеющихся ограничений приведено в матрице табл. 3.

Таблица 3

Матрица ранжировки решений на множестве целей

Решения	Цели					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
Y_1	2	1	4	4	3	3
Y_2	1	2	2	2	4	2
Y_3	3	3	1	1	1	1
Y_4	4	4	3	3	2	4
Вес цели β	0,3	0,2	0,15	0,1	0,1	0,15

Для построения обобщенной ранжировки решения по критерию простого большинства голосов необходимо:

1. Построить матрицы парных сравнений альтернатив по всем целям:

$$\mathrm{A}_1:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ y_2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \qquad \mathrm{A}_2:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\mathrm{A}_3:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \qquad \mathrm{A}_4:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\mathrm{A}_5:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ y_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad \mathrm{A}_6:\quad \begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ y_2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

2. Просуммировать произведения данных матриц всех целей A_1-A_6 на веса целей β_j, $j = 1, ..., 6$ по формуле $b_{ik} = \sum_{j=1}^{6} \beta_j x_{ik}^j$.

В результате получаем

$$\begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1{,}0 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}65 \\ y_2 & 0{,}9 & 1{,}0 & 0{,}5 & 0{,}9 \\ y_3 & 0{,}5 & 0{,}5 & 1{,}0 & 1{,}0 \\ y_4 & 0{,}35 & 0{,}1 & 0{,}0 & 1{,}0 \end{array}$$

3. Найти результирующую матрицу – медиану, с учетом правила

$$x_{ik}^* = \begin{cases} 1, \text{ если } b_{ik} \le 0{,}5 \\ 0, \text{ если } b_{ik} > 0{,}5 \end{cases}$$

она приобретает вид:

$$\begin{array}{c|cccc} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \hline y_1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ y_2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ y_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

4. Определить соответствующее упорядочение решений с учетом того, что в соответствии с выражением (15) величины $\alpha_1 = 1/4$; $\alpha_2 = 1/3$; $\alpha_3 = 1/3$; $\alpha_4 = 1/12$. В результате получаем $Y_2 \approx Y_3 > Y_1 > Y_4$.

Таким образом, упорядочение решений по критерию простого большинства голосов приводит к тому, что решения Y_2 и Y_3 предпочтительнее решений Y_1 и Y_4. Кроме того, решения Y_2 и Y_3 эквивалентны между собой.

Выводы

1. Рассмотренные критерии системного анализа позволяют свести множество возможных решений к одному (или двум) и дать количественную оценку предпочтительного (оптимального) решения.
2. Слабым местом построения количественных критериев системного анализа является оценка поставленных задач (целей) и их возможных решений в баллах, осуществляемых либо одним экспертом, либо группой экспертов. На основе аналогичных оценок реализуется построение экспертных систем. Однако при их построении баллы назначаются для предварительно установленных правил, формулировки которых берутся из книг, справочников, отчетов, т.е. такие правила имеют достатточно обоснованное содержание.
3. Наиболее сложные неформализованные задачи характерны для принятия управленческих решений, причем, чем выше уровень управления, тем дороже обходятся ошибки. Для снижения риска управленческих решений привлекается группа экспертов (групповое ЛПР) по разным аспектам геологоразведочных работ (материально-техническая база, методическое обеспечение, технико-экономические показатели и т.д.). При этом использование количественных критериев системного анализа позволяет обеспечить выбор более или менее предпочтительного решения.
4. Количественные критерии системного анализа целесообразно использовать в качестве систем поддержки управленческих решений при построении информационно-аналитических систем, создаваемых в виде ситуационных центров руководителей крупными регионами, министерствами.
5. В дальнейшем реализацию критериев системного анализа следует ориентировать на использование байесовского подхода, при этом баллы следует перевести в условные вероятности, а для возможных решений задать априорные вероятности. Задание априорных вероятностей решений не играют принципиального значения, поскольку вычисление апостериорных вероятностей этих решений по формуле Байеса позволяет оценить, в сторону какого решения наблюдается увеличение вероятности, и принять предпочтительное решение по максимальной величине апостериорной вероятности.

Ключевые слова: системный подход и системный анализ, количественные критерии системного анализа, проблемные ситуации геолого-геофизических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов А.В. Системный анализ. – М. : Высшая школа, 2006. – 453 с.
2. Бродовой В.В. Геофизические исследования в рудных провинциях. – М. : Недра, 1984. – 270 с.
3. Вахромеев Г.С., Давыденко А.Ю. Моделирование в разведочной геофизике. – М. : Недра, 1987. – 190 с.
4. Воронин Ю.А., Черемисина Е.Н. О базовых задачах искусственного интеллекта в мультидисциплинарных исследованиях. – Новосибирск, 2001. – 232 с.
5. Галуев В.И., Каплан С.А., Никитин А.А. Технология создания физико-геологических моделей земной коры по опорным профилям на основе геоинформационных систем. – М. : ВНИИгеосистем, 2009. – 235 с.
6. Жандаров А.М., Ужинский И.К. Решения в проблемных ситуациях : учебное пособие. – М. : АНХ при СМ СССР, 1985. – 123 с.
7. Корбунов А.И. Матеиатические основы теории интерпретации геофизических данных. – М. : ЦентрЛитНефтегаз, 2008. –288 с.
8. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М. : Наука, 1981. – 488 с.
9. Никитин А.А., Хмелевской В.К. Комплексирование геофизических методов. – М. : ВНИИгеосистем, 2012. – 344 с.
10. Черемисина Е.Н., Никитин А.А. Геоинформационные системы и технологии. – М. : ВНИИгеосистем, 2011. – 375 с.
11. Черемисина Е.Н., Никитин А.А. Системный анализ процесса физико-геологического моделирования на основе геоинформационных систем // Геоинформатика. – № 4. – 2012. – С. 1-7.