

УДК 550.83.016

© Е.Н. Черемисина, А.А. Никитин

Е.Н. Черемисина, А.А. Никитин

# ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ КАК СРЕДСТВО МАКСИМАЛЬНОГО ИЗВЛЕЧЕНИЯ ПОЛЕЗНОЙ ИНФОРМАЦИИ



Вейвлет-анализ является достаточно эффективным средством обработки нестационарных полей, ввиду возможной временной локализации сигналов.

Вейвлет-анализ представляет совокупность таких функций (сигналов), каждая из которых является сдвинутой по времени и масштабируемой, т.е. сжатой или растянутой копией одной и той же функции, так называемого порождающего вейвлета.

В практике обработки геофизических данных получил применение непрерывный вейвлет-анализ. По сути, вейвлет-анализ реализует оптимальный согласованный фильтр, максимизирующий пиковое отношение сигнал/помеха на выходе фильтра. В то же время не существует теоремы, утверждающей, что максимизация отношения сигнал/помеха приводит к максимальному извлечению полезной информации.

В современной математике и физике под максимальным извлечением полезной информации понимается вычисление апостериорных вероятностей наличия или отсутствия сигнала по формуле Байеса. Таким образом, совокупность получаемых в результате вейвлет-анализа сигналов позволяет оценить их вероятность и подойти к возможности максимального извлечения полезной информации.

Заметим, что для непрерывного вейвлет-анализа вводится базис (порождающий вейвлет), отвечающий условиям равенства его среднего значения нулю и быстрого затухания по времени в виде:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

где множитель  $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$  требуется для сохранения масштабов.

Если  $a$  и  $b$  – произвольные вещественные значения, тогда пара преобразований непрерывного вейвлет-анализа принимает вид:

$$w_f(a,b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} w_f(a,b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db,$$

где  $C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega$  – нормализующий множитель,

$\langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle$  – скалярное произведение исходного сигнала  $f(t)$  с материнским вейвлетом  $\psi(t)$ , представленное их линейной сверткой.

Требование выполнения условия равенства среднего значения нулю приводит к необходимости для гравитационных полей использовать производные исходных полей.

На рис. 1 приведены: WAVE-вейвлет при  $m=1$  (a), МНАТ-вейвлет при  $m=2$  (b), Morlet-вейвлет  $\psi(t) = \exp(j\omega_0 t) e^{-t^2/2}$  (c).

Справа от этих вейвлетов представлены их Фурье-образы. Morlet-вейвлет наиболее распространен при обработке данных сейсморазведки. МНАТ-вейвлет – при обработке данных электромагнитных зондирований.

Использование совокупности вейвлетов приводит к реализации вероятностной нейронной сети для которой представляется возможность вычисления апостериорных вероятностей наличия сигнала. Это обеспечивает возможность максимального извлечения полезной информации (по максимальной величине апостериорной вероятности).

Максимальное извлечение полезной информации о физических и геометрических характеристиках геологических объектов по комплексу геофизических полей требует расчета суммы свертки этих полей. Например, для оценки глубины залегания фундамента сумма свертки принимает вид:

$$H_{\phi}(x) = \sum_i h_{1i} \Delta T_{j-i} + \sum_i h_{2i} \Delta g_{j-i} + \sum_i h_{3i} \rho_{j-i}, \quad (1)$$

где  $H_{\phi}$  – глубины залегания контактной поверхности (в частности, фундамента), оценка которой проводится по данным сейсморазведки;

$h_1, h_2, h_3$  – весовые коэффициенты геофизических полей.

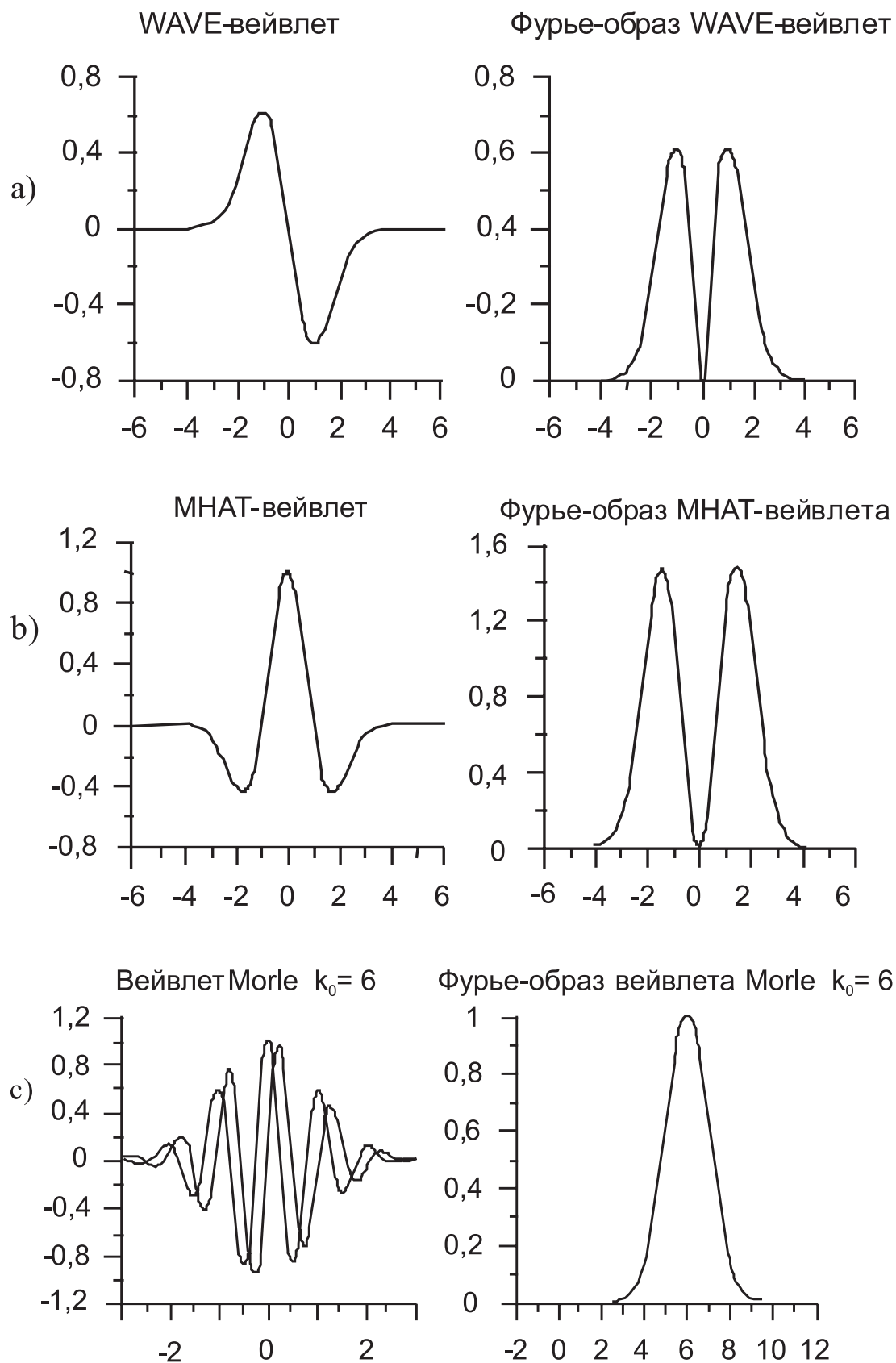


Рис. 1. Вейвлеты в зависимости от времени и их образы Фурье:  
 а) – WAVE, б) – MHAT, в) – Morlet,  $k_0 = 6$

Fig. 1. Time-dependent wavelets and their Fourier images: а) – WAVE, б) – MHAT, в) – Morlet,  $k_0 = 6$

Для нахождения весовых коэффициентов следует умножить левую и правую часть уравнения (1) соответственно на  $\Delta T$ ,  $\Delta g$  и  $\rho$ . При этом в левой части уравнения (1) мы имеем взаимокорреляционные функции ( $B$ ) глубины залегания с соответствующими полями. В правой части образуются корреляционные матрицы, построенные по авто- ( $R$ ) и взаимокорреляционным ( $B$ ) функциям полей (2).

$$\begin{aligned}
 B_{\text{нф}, \Delta T}(m) &= \sum h_{1i} R_{\Delta T}(m-i) + \\
 &+ \sum h_{2i} B_{\Delta T, \Delta g}(m-i) + \sum h_{3i} B_{\Delta T, \rho}(m-i); \\
 B_{\text{нф}, \Delta g}(m) &= \sum h_{1i} B_{\Delta T, \Delta g}(m-i) + \\
 &+ \sum h_{2i} R_{\Delta g}(m-i) + \sum h_{3i} B_{\Delta g, \rho}(m-i); \\
 B_{\text{нф}, \rho}(m) &= \sum h_{1i} B_{\Delta T, \rho}(m-i) + \\
 &+ \sum h_{2i} B_{\Delta g, \rho}(m-i) + \sum h_{3i} R_{\rho}(m-i).
 \end{aligned} \quad (2)$$

Систему уравнений в виде сверток полей (2) можно дополнить путем использования других полей различными составляющими потенциальных полей, а также результатами решения прямых задач при разных значениях физических и геометрических характеристик объектов. По совокупности решений прямых задач образуется нейронная сеть. По максимальной величине апостериорной вероятности обеспечивается максимальное извлечение полезной информации той или иной характеристики.

**Ключевые слова:** вейвлет-анализ, апостериорные вероятности, комплексная интерпретация, сумма сверток.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин А.А., Петров А.В. Теоретические основы обработки геофизической информации : учебное пособие. – М. : ВНИИГеосистем, 2017. – 128 с.
2. Никитин А.А., Булычев А.А. Комплексный анализ и комплексная интерпретация геофизических полей : учебное пособие. – М. : ВНИИГеосистем, 2015. – 94 с.
3. Долгаль А.С. Моделирование геологических объектов и геофизических полей с использованием Вейвлетов Хаара // Вестник Пермского университета. Сер. Геология. – 2014. – № 4 (25). – С. 66-80.
4. Соколова Т.Б., Булычев А.А., Лыгин И.В. и др. Интерпретация геофизических материалов : учебное пособие. – Тверь : Изд-во «ГЕРС», 2011. – 208 с.
5. Никитин А.А., Черемисина Е.Н., Малинина С.С. Нейросетевое моделирование глубины залегания контактной поверхности по комплексу геофизических полей // Геоинформатика. – 2018. – № 1. – С. 41-42.

## REFERENCES

1. Nikitin A.A., Petrov A.V. Theoretical bases of processing geophysical information : Study Guide. Moscow : VNIIGeosystem, 2017. 128 p.
2. Nikitin A.A., Bulychev A.A. Integrated analysis and complex interpretation of geophysical fields : Study Guide. Moscow : VNIIGeosystem, 2015. 94 p.
3. Dolgal A.S. Modeling of Geological Objects and Geophysical Fields Using Haar Wavelets // Bulletin of Perm University. Geology. 2014. Issue 4 (25). P. 66-80.
4. Sokolova T.B, Bulychev A.A., Lygin I.V. and others. Interpretation of geophysical data : Study Guide. Tver : Izdatelstvo «Gers», 2011. 208 p.
5. Nikitin A.A., Cheremisina E.N., Malinina S.S. Neural network modelling of cover thickness of contact surface by the complex of geophysical fields // Geoinformatics. 2018. No. 1. P. 41-42.