УДК 519.87:550.83 © Коппектив авторов

А.В. Закиров, В.Д. Левченко, А.В. Иванов, А.Ю. Перепелкина, Т.В. Левченко, В.Е. Рок

# ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОЕ 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛНОВОЛНОВОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДЛЯ ЗАДАЧ **СЕЙСМОРАЗВЕДКИ**

#### Ввеление

Распространение механических волн в геологических средах является физическим процессом, лежащим в основе множества сейсмоакустических методов разведочной геофизики. К ним относятся все виды сейсморазведки, в том числе вертикальное сейсмическое профилирование (ВСП), все виды акустического каротажа, межскважинное прозвучивание, методы, основанные на регистрации волн, рассеянных на случайных неоднородностях геологической среды и пр. Каждый из сейсмоакустических методов обладает своей спецификой, которая связана с условиями возбуждения, распространения и регистрации механических волн, применяемыми для достижения целей решаемых задач. Они же определяют способы интерпретации результатов сейсмоакустических наблюдений, которые служат необходимой составляющей каждого геофизического метода. Качество интерпретации, а следовательно, информативность метода зависит от адекватности и точности математического описания физических процессов, на котором он основан, и корректности решения сформулированных для них прикладных задач. Компьютерное полноволновое моделирование сейсмических полей предоставляет возможность комплексной согласованной количественной проверки представлений о строении и ряде физических свойств геологической среды, а также их проявлении в наблюдаемых характеристиках сейсмограмм при различных расстановках источников и детекторов сейсмических сигналов и исследования влияния различных факторов на содержание получаемой информации.

### Формулировка задачи

Механические движения горных пород описываются в линейном приближении, справедливом для малых деформаций среды, уравнением движения упругих сред [16]

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = div \,\hat{\boldsymbol{\sigma}},\tag{1}$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $\mathbf{u}$  – вектор «акустической» деформации среды.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \mathbf{u} + \mathbf{u} \otimes \nabla) - \tag{2}$$

тензор «акустических» деформаций ( $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} -$  дифференциальный оператор Гамильтона, "⊗" – символ тензорного умножения. Дивергенция произвольного тензора  $\widehat{T}$ :  $div\widehat{T} \equiv \nabla \cdot \widehat{T}$ , "·"—символ скалярного умножения). С тензором деформаций линейным законом Гука связан тензор напряжений

$$\widehat{\sigma} = \widehat{C} : \widehat{\varepsilon}. \tag{3}$$

Симметричные тензоры деформаций  $\hat{\varepsilon}$  и напряжений  $\hat{\sigma}$  имеют второй ранг, а тензор модулей упругости  $\widehat{C}$  – четвертый.

В произвольном декартовом базисе с координатами  $(x_1, x_2, x_3)$  приведенные соотношения могут быть записаны через компоненты

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \,, \tag{4}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \tag{5}$$

$$\sigma_{ii} = C_{iikl} \varepsilon_{kl}. \tag{6}$$

Индексы i, j, k, l пробегают значения 1, 2, 3,и по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Симметрия тензоров деформации и напряжения означает, что

$$\varepsilon = \varepsilon \ \sigma = \sigma$$
 (7)

 $\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji}\,\sigma_{ij}=\sigma_{ji}, \eqno(7)$  и индуцирует симметрию тензора модулей упругости

$$C_{...} = C_{...} = C_{...} = C_{...}$$
 (8)

 $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk}.$  (8) Благодаря указанным симметриям число независимых компонент тензоров деформации и напряжений равно 6, а тензора модулей упругости – не превышает 21, причем симметрия упругих свойств среды уменьшает количество независимых параметров от этого максимального значения (21 для триклинной симметрии) до 2 (в случае изотропной упругой среды). Возможны 3 независимых параметра в случае кубической симметрии, 5 - в случае гексагональной симметрии, 9 - для орторомбической симметрии, 13 - для моноклинной [7].

Приведенные соотношения являются локальными (в приближении сплошной среды) и допускают зависимость параметров среды (плотности и упругости) от пространственных координат, то есть остаются справедливыми для неоднородных упругих сред.

Если воспользоваться представлением Фойгта [17] для тензора деформации, напряжений в виде матричных соотношений для 6-мерных векторов E, T, то закон Гука представлен связывающей их 6х6-матрицей жесткости C:

$$T = \begin{pmatrix} \sigma_{1} = \sigma_{11} \\ \sigma_{2} = \sigma_{22} \\ \sigma_{3} = \sigma_{33} \\ \sigma_{4} = \sigma_{23} = \tau_{1} \\ \sigma_{5} = \sigma_{13} = \tau_{2} \\ \sigma_{6} = \sigma_{12} = \tau_{3} \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1} = \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{2} = \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{3} = \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{4} = 2\varepsilon_{23} = \gamma_{1} \\ \varepsilon_{5} = 2\varepsilon_{13} = \gamma_{2} \\ \varepsilon_{6} = 2\varepsilon_{12} = \gamma_{3} \end{pmatrix}, (9)$$

$$T = CE, (10)$$

$$C = ||C_{\alpha\beta}||, \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$
 (11)

Матрица  $\|C_{\alpha\beta}\|$  — **симметричная**,  $C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}$ ,  $(\gamma_i, \tau_i$  — сдвиги и касательные напряжения в обозначениях T, фон Кармана, их индексы i=1,2,3).

В изотропных средах упругие свойства, как было сказано, характеризуются двумя независимыми параметрами, например параметрами Ламе  $\lambda$ ,  $\mu$ , через которые матрица жесткости представляется в виде:

$$\begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}.$$
 (12)

Следует отметить, что во многих геофизических приложениях важную роль играют среды, упругие свойства которых описываются как имеющие одну ось симметрии, при вращении вокруг которой на произвольный угол сохраняются упругие свойства в ортогональных к этой оси направлениях. Это, как было указано, соответствует трансверсально-изотропным моделям упругих сред, структура матрицы жесткости Фойгта которых подобна средам с гексагональной симметрией, но, благодаря указанной вращательной симметрии в системе координат с осью  $x_3 = z$ ,

направленной вдоль оси вращательной симметрии, элемент матрицы жесткости  $c_{66}=\frac{1}{2}(c_{11}-c_{12}),$  и вся матрица имеет следующий вид:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}) \end{bmatrix}.$$
(13)

Учет анизотропии сейсмоакустических свойств отдельных элементов объемной модели геологической среды, прежде всего тех, которые представляют собой целевые объекты поиска, например трещиноватые структуры с ориентированной трещиноватостью, позволяет учесть проявление этих объектов в сейсмограммах, оценить возможность и повысить эффективность их обнаружения по данным сейсморазведки [3, 25].

Уравнение движения для вектора деформации однородных изотропных сред приводит к уравнению Ламе

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla div \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u}, \tag{14}$$

из которого с помощью калибровочных условий

$$div \mathbf{u}_{t} = 0, rot \mathbf{u}_{t} = 0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_{t} + \mathbf{u}_{t}$$
 (15)

следуют линейные волновые уравнения для векторных слагаемых  $\mathbf{u}_{l}$  и  $\mathbf{u}_{t}$  полного векторного поля акустических смещений:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_l}{\partial t^2} = c_l^2 \Delta \mathbf{u}_l, \ c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\,\mu}{\rho}},\tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_t}{\partial t^2} = c_t^2 \Delta \mathbf{u}_t, \ c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$
 (17)

Им удовлетворяют, в частности, свободные плоские волны с акустическими смещениями, направленными по нормали к фронту  $(\mathbf{u}_i)$  и в плоскости фронта (и) такой волны [24], причем в однородной изотропной упругой среде они описываются независимыми волновыми уравнениями для продольных (16) и поперечных (17) волн. Следует отметить, что распространение продольных волн в упругих средах также сопровождается сдвиговыми напряжениями, на что указывает присутствие модуля сдвига  $\mu$ в выражении для  $c_i$  в (16), но в отличие от поперечных волн, движение элементов упругих сред для продольного типа волн не содержит вращений, а сводится только к изменениям их объема. Скорости продольных и поперечных волн и плотность среды в каждой однородной области также могут служить

параметрами, полностью характеризующими упругие свойства изотропной упругой среды, поскольку в однородных упругих областях из (16), (17) следует, что  $\lambda + 2\mu = \rho c_t^2$ ,  $\mu = \rho c_t^2$ , следовательно,  $\lambda = \rho (c_t^2 - 2\rho c_t^2)$ .

В геофизических приложениях обычно отождествляют продольные и поперечные волны в однородных изотропных упругих средах с p- и s-волнами сейсмических записей  $v_p, v_s$ .

Поставленную задачу можно переформулировать в следующем виде (остальные уравнения получаются циклической перестановкой индексов 1, 2, 3), более удобном для дискретизации численно:

$$\rho \frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_3}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2}, \qquad (18)$$

$$\rho \frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_3}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_2}{\partial x_3}, \qquad (18)$$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} = \left(\lambda + 2\mu\right) \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \lambda \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}\right), \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial t} = \mu \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right). \tag{20}$$

В уравнениях типа (18)-(20) считаем, что компоненты скорости акустических деформаций среды связаны с проекциями смещений следующим образом:

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} \ . \tag{21}$$

Решение уравнений движения вида (18-20) в трехмерной неоднородной среде с заданным пространственным распределением свойств и источников колебаний полностью описывает процесс распространения сейсмоакустических волн в такой среде и позволяет получить полное значение векторов акустических смещений в точках среды, выбранных в качестве пунктов наблюдения. В применении к проблемам геофизики решение таких задач с достаточно высокой точностью представляет собой имитационный компьютерный эксперимент по моделированию сейсмического или сейсмоакустического поля, возбужденного в неоднородной упругой среде с предполагаемым внутренним строением, который позволяет выполнить комплексную проверку гипотез о строении и свойствах изучаемой геологической среды, основанных на имеющихся геологических и геофизических данных, а также специально исследовать возможное проявление влияния предполагаемых целевых объектов поиска на сейсмическое поле в любых точках наблюдения, определить возможность выделения их «сейсмической сигнатуры» и, если надо, оптимизировать условия для выполнения сейсмических наблюдений и обработки полученных с их помощью данных.

Приближенным и асимптотическим методам решения волновых задач посвящена обширная литература. Следует отметить, что методы, основанные на лучевой асимптотике для сейсмоакустических уравнений, имеют ограниченную область применимости для неоднородных сред [4, 24, 26]. В частности, за пределами их области применимости оказываются средне- и мелкомасштабные структурные детали и неоднородности среды, которые, как отмечено, например, в работе [27], играют ключевую роль в поисках и разработке нетрадиционных резервуаров нефти и газа, приобретающих все большее значение в настоящее время.

Хорошо исследованы также специальные задачи, допускающие математически точное решение [16, 18, 19].

В общем случае полное решение поставленной динамической задачи возможно выполнить только численно. Для достижения достаточной точности результатов и доступности многократных многовариантных расчетов сейсмических полей при условии приемлемой скорости получения результатов и стоимости расчетов требуются высокопроизводительные и экономически доступные программно-аппаратные средства.

В течение многолетней совместной работы (начиная с 2006 г. [23]) двух лабораторий ФГУП ГНЦ РФ «ВНИИгеосистем», в настоящее время в основном вошедших в Отдел опытно-методических работ по моделированию и обработке геофизических полей ФГБУ «ВНИГНИ», и группы специалистов ИПМ РАН им. М.В. Келдыша накоплен значительный опыт по применению для решения задач сейсморазведки программ расчета полноволновых сейсмических полей, основанных на оригинальных локально-рекурсивных нелокально-асинхронных (LRnLA) алгоритмах вычислений, которые позволяют приблизиться к пиковой производительности современных вычислительных систем при решении поставленных задач с помощью конечноразностных методов в пространственно-временной постановке [5, 13].

# Вычислительные аспекты решения

Задача о распространении сейсмических сигналов в упругих средах является существенно многомасштабной, поскольку пространственный спектр сигналов в Фурье-представлении достаточно широкий, а для сохранения необходимой точности вычислений при распространении сигналов на большие удаления от источников шаг разностной сетки должен быть настолько мелким, чтобы на минимальной длине волны в спектре сигнала размещалось около десяти узлов, и вся сетка охватывала достаточно большой трехмерный объем моделируемой геологической среды. Необходимо также различать достаточно тонкие однородные слои и

другие мелкомасштабные особенности среды. Это приводит к необходимости сохранять и обрабатывать в процессе вычислений большие объемы данных, что требует больших объемов памяти и высокой производительности для вычислений с большим количеством операций. Ускорение расчетов достигается коррекцией численного метода [30], а также использованием новых компьютерных возможностей GPGPU (General-Purpose Graphics Processing Units) [8, 10, 14]. Действительно, объемы обрабатываемых данных и количество операций можно сократить, если использовать модели меньшей размерности, спектральные [11] и псевдоспектральные методы. Такой подход реализован, например, в широко распространенном пакете OASES [9]. Из-за ограничений численной модели он применим только к многослойным средам в виде слоев (упругих, жидких или вязко-упругих) с плоскопараллельными границами и основанного на решении задачи методом суммирования волн по волновому вектору после решения в Фурье-пространстве системы уравнений для спектральных составляющих волнового поля с помощью глобальной матрицы для решения волновых уравнений.

Моделирование в реальном времени и полной трехмерной геометрии более затратно в смысле требуемых объема памяти и вычислений, но описывает исследуемые процессы более точно. Учитывая быстрые темпы развития вычислительных систем, грамотное использование доступных вычислительных ресурсов позволяет решать задачи реальных размеров без снижающих точность результатов приближений.

Разностная численная схема для решения сформулированной задачи имеет четвертый порядок аппроксимации по пространственным переменным и второй — по времени [5]. Это значит, что производная любого поля f по любой пространственной оси координат вычисляется так:

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x_0} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{9}{8} (f_{x_0 + 1,5\Delta x} - f_{x_0 - 1,5\Delta x}) - \frac{1}{24} (f_{x_0 + 0.5\Delta x} - f_{x_0 - 0,5\Delta x}) \right). \tag{22}$$

А производная любой функции по времени так:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t_0} = \frac{1}{\Delta t} \left( f_{t_0 + 0.5\Delta t} - f_{t_0 - 0.5\Delta t} \right). \tag{23}$$

Шаблон для одной производной линеен, для одного уравнения имеет форму креста. Поля дискретизированы на сдвинутых сетках. Сдвинутые сетки реализованы так, что значения  $\{\sigma_i\}$  считаются известными в центрах ячеек, значения скоростей  $\{v_i\}$  — на гранях, значения  $\{\tau_i\}$  — на ребрах (рис. 1). Сетка равномерна, с возможностью выбора разной величины шага по каждому из направлений.

Реализованы неотражающие граничные условия PML (Perfectly Matched Layer) [1]. Источник задан при помощи метода TF/SF (Total Field/Scattered Field) [12]. В качестве испускаемого сигнала подставляется решение для сферического источника в однородной среде. Возможно задание источника произвольного типа с произвольным тензором моментов. Может быть выбрана плоская волна с гауссовой огибающей. В этом случае область TFSF задана так, что только одна плоскость попадает в область вычислений.

Возможно задание анизотропной модели упругой среды. В случаях, когда главные оси симметрии упругой среды со-направлены координатным осям, задание анизотропных параметров упругой среды не приводит к дополнительным вычислениям. Если оси системы координат не совпадают с главными осями симметрии, возникает необходимость вычисления производных, не вошедших в систему (20). В рамках выбранной сетки дискретизации шаблон для таких производных получается трехмерным.

Полная вычислительная процедура 3D расчета полноволнового сейсмического поля в неоднородных упругих средах, сложенных из однородных областей,

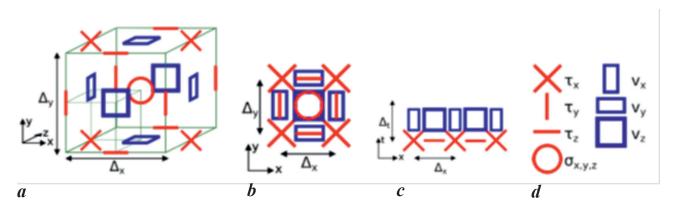


Рис. 1. Граф зависимостей задачи: a – ячейка сетки с определенными на ней компонентами полей; b, c – двумерные проекции на (x, y), (x, t); d – обозначения, принятые на схемах a, b, c

к настоящему времени реализована в виде программного кода DT/Geo4 с использованием GPGPU, который развивает принципы ранее реализованного программного кода CF/Geo4 (для многоядерного вычислительного кластера с CPU) [21, 28].

## Алгоритмы вычислений

Основная отличительная особенность программного кода – использование LRnLA алгоритмов. Поставленная цель – достичь максимального темпа вычислений для выбранной численной схемы на графическом ускорителе. Для этого построен алгоритм DiamondTorre. Построение выполняется с использованием численной схемы и особенностей вычислительной системы [20, 29].

Согласно численной схеме, для вычисления некоторого поля необходимы его значения с предыдущего шага дискретного времени в положениях, определяемых локальным шаблоном схемы. Интуитивно наиболее простым представляется послойное выполнение вычислений, так, что вычисления на следующем шаге по времени начинаются только поле завершения вычислений на предыдущем шаге. Этот подход реализован в подавляющем большинстве кодов. Но он не выгоден с точки зрения темпа счета программной реализации, поскольку требует на каждом шаге загрузки всех данных в регистры, вычисления и сохранения результатов. Пропускная способность памяти вычислительной системы становится узким местом вычислительной производительности. Как и любая разностная схема, выбранная схема относится к так называемым memory-bound задачам [15].

Такая особенность приводит и к существенным ограничениям на ускорение при параллельных вычислениях. На каждом шаге необходима синхронизация процессоров. Количество пересылаемых данных при увеличении степени параллельности растет. Таким образом, увеличение потребляемых вычислительных ресурсов не приводит к ожидаемому ускорению решения задачи.

LRnLA алгоритмы направлены на преодоление этих проблем. Стоит заметить, что для продолжения вычислений в определенной точке на координатной сетке нет необходимости вычислений на предыдущем шаге по времени во всей области расчета. Для этого нужны только данные в точках, определяемых шаблоном. Продолжая это рассуждение, для каждой из них можно построить конус (точнее конусоид, поскольку его основание — не круг) зависимости. Его основание определяется формой шаблона. Для конкретной схемы основанием конусоида является октаэдр. Аналогично строится область (конусоид) влияния.

В области моделирования проведена LRnLA декомпозиция по трем координатным осям (x, y, t) из четырех. Ось z оставлена для использования векторизации с применением CUDA-threads. Разбиение проводится в трехмерной области (x, y, t), где задан граф зависимостей задачи. Узлы обозначают вычисление компоненты поля по данной координате на конкретном шаге по времени. Узлы связаны между собой зависимостями по данным. Так как компоненты скорости определены на целых значениях шагов по времени, а компоненты тензора напряжений — на полуцелых, одним слоем по времени будем называть два полуслоя, один из которых содержит  $\{v_i\}$ , а другой  $\{\sigma_i\}$ ,  $\{\tau_i\}$  (i=1,2,3). На рис. 1 изображено это пространство в проекциях.

Построение вычислительного алгоритма определяется в этом пространстве следующим образом. Находят пересечение областей зависимости и влияния некоторых двух оснований, расположенных на разных временных слоях. Полученная фигура (конусоид зависимости-влияния) задает алгоритм, состоящий в вычислениях, отвечающих каждой внутренней точке. Полученную фигуру разбивают на конусоиды меньшего размера, и это происходит рекурсивно до тех пор, пока фигура не будет включать в себя всего одну очку. Среди фигур выделяют те, между которыми есть зависимости. Это значит, что между входящими в них вычислениями есть односторонние зависимости по данным. Их необходимо вычислять последовательно. Если зависимостей между фигурами нет, они асинхронны, и их можно обрабатывать параллельно. Такой подход к описанию алгоритмов позволяет наглядно структурировать все возможные алгоритмы обхода графа зависимостей задачи. Структуры традиционных послойных алгоритмов в рамках этого описания представляют собой плоский параллелепипед, покрывающий целиком один временной слой.

При построении алгоритма также учтены особенности целевой компьютерной архитектуры GPU с моделью параллельности CUDA (CUDA C Programming Guide) [2]. Отличают следующие особенности:

- Большой регистровый файл в сравнении с кэшем первого и второго уровней.
- Параллельное выполнение вычислений в блоке (CUDA-block) потоковыми мультипроцессорами (Streaming Multiprocessor, SM). Количество SM в одной видеокарте достигает 14.
- Параллельное выполнение вычислений в блоке в потоках (CUDA-threads). Их количество составляет до 1024.
- Наличие общей (shared) памяти для CUDAthreads.

Итак, на нижнем слое по времени выделяется основание в форме ромба, охватывающего некоторое количество узлов сетки в проекции на (x, y) (рис. 2). От него вверх строится конусоид влияния. На  $2 \times DTH$  полуслоев по времени (DTH) слоев выше этого основания со сдвигом на  $ShS \times DTH$ , где ShS - полуширина шаблона  $(1,5\Delta x)$  в выбранной схеме), выделяется такое же основание и строится конусоид зависимости. В пересечении конусоидов получается призма, называемая DiamondTorre. Она отвечает алгоритму выполнения всех входящих в нее вычислений. К примеру, в описываемой программной реализации это выполнено в виде цикла по координате x от меньшего значения к большему.

Параметры алгоритма настраиваемы, в том числе от них зависит производительность расчета [6,22]. Для выбранной схемы оптимальным оказался размер основания DTS=1, то есть ромб с основанием шириной  $1,5\Delta x$ .

Вся область  $\{(x, y, t)\}$  до шага DTH покрывается этими призмами. При этом частично они выходят за границы области. Это означает уменьшение количества вычислений и применение граничных условий. Важные свойства алгоритма отображены на рис. 3. Центральная (фиолетовая) призма зависит от зеленых, влияет на желтые, асинхронна с красными.

В программной реализации асинхронно постадийно вызываются ряды DiamondTorre в цикле, начиная с правой границы области (рис. 4). Отдельные DiamondTorre распределены между между CUDA-блоками, внутри каждого задействована параллельность (векторизация) с CUDA-threads для вычисления в точках вдоль оси z. Для синхронизации вычислений между CUDA-threads одного блока использована shared-память.

С точки зрения производительности этот алгоритм выгоден по следующим причинам.

Призма занимает некоторую локальную область в проекции на (x, y) и при этом имеет высоту в несколько временных слоев. Это значит, что большее количество вычислений можно провести, загрузив меньшее количество данных. Это, вопервых, снижает нагрузку на пропускную способность памяти. Количественно это характеризуется коэффициентом локальности, или интенсивностью вычислений [15]. Во-вторых, из-за того, что большее число вычислений производится локально, требуется меньше синхронизаций между параллельными вычислителями. В данном случае имеются в виду SM. В третьих, снимаются ограничения по памяти на размер задачи. В большинстве вычислений с применением GPU появляется необходимость загрузки всех данных сетки в память GPU [14]. Это связано с тем, что синхронизация с памятью центрального процессора приводит к таким задержкам, что ускорение за счет GPU теряет смысл. При помощи описанного алгоритма это ограничение снимается. При вычислении на GPU необходимы только те данные, которые используются одним рядом асинхронных DiamondTorre. Использована методология «окна вычислений». В памяти GPU хранятся только данные, необходимые для данной стадии. При переходе к следующей стадии массив данных циклически обновляется. Вычисленные значения сохраняются в память процессора, загружаются данные, необходимые на следующем этапе. Если высота призмы достаточно большая, то время пересылок данных полностью скрывается временем вычислений [22].

Наиболее выгодным оказывается применение кода в задачах, где область вытянута вдоль одной из координат, например, размер области по координате *х* больше, чем по другим координатным осям. Как раз это имеет место для задач сейсморазведки, где сейсмограмма принимается с протяженного профиля.

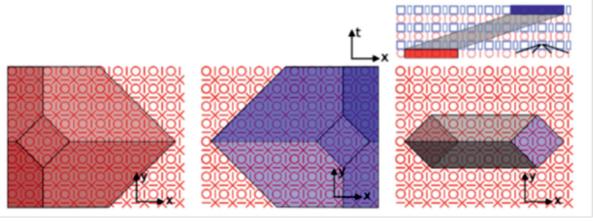


Рис. 2. Построение алгоритма DiamondTorre. На нижнем слое выбирается основание и строится его конус влияния. На верхнем слое выбирается основание со смещением вправо по оси x и строится его конус зависимости. Находится их пересечение. На рис. в проекции на (x, t) отображен один шаблон вычисления

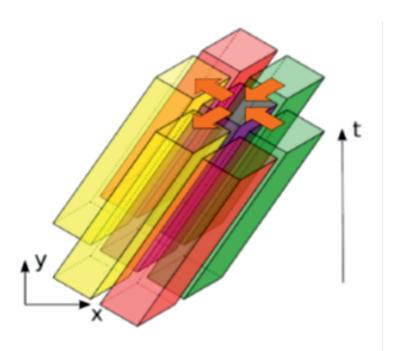


Рис. 3. Зависимость между призмами DiamondTorre. Центральная (фиолетовая) призма зависит от зеленых, влияет на желтые, асинхронна с красными

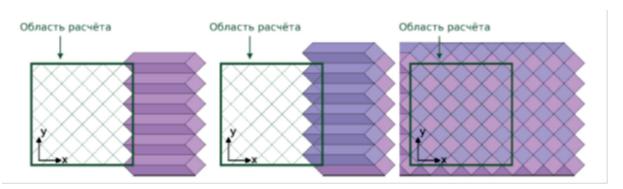


Рис. 4. Постадийное выполнение асинхронных рядов DiamondTorre. Первая стадия (слева), вторая стадия (в центре), финальная стадия (справа)

Структуры данных согласованы с алгоритмом для упрощения доступа при вычислениях. Использован двумерный массив, каждый элемент которого — это четыре ромба (рис. 5). В ромбе 13, 24, 26 или 28 (в зависимости от типа) массивов длиной Nz.

Параллельное вычисление на нескольких видеокартах одного вычислительного узла происходит путем разделения выполняемых асинхронных DiamondTorre между ними. В перекрытие попадает обработка одного DiamondTorre. Оно проводится одним из GPU в отдельном потоке, затем в этом же потоке данные копируются между GPU. При достаточном числе DiamondTorre на GPU время копирования скрывается полностью.

Параллельность вычислений между узлами кластера реализована путем разбиения области на блоки вдоль оси х. Узел, содержащий данные самого правого блока, начинает вычисления первым. Когда

все эти данные переведены на слой по времени DTH, начинается их пересчет на слой 2DTH, и одновременно стартуют вычисления на следующем узле. Окно вычислений на i-м узле переводит данные с шага  $(n+i\times DTH)$  до шага  $(n+(i+1)\times DTH)$  (рис. 6).

#### Модель геологической среды

Модель геологической среды, построенная на основе результатов обработки полевых геофизических и геологических данных, задана в виде упругих пластов на сетке, размеры ячеек которой много больше размеров ячеек сетки численного счета. Пласты задаются независимо и могут перекрываться. Параметры среды в каждой точке пространства получаются в результате серии интерполяций. На первом шаге данные пластов пересчитываются билинейной интерполяцией на более мелкую сетку, размеры которой все еще больше сетки расчета.

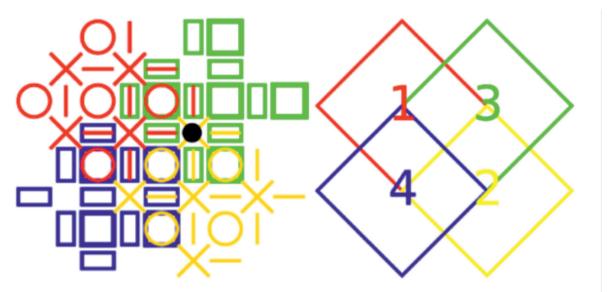


Рис. 5. Элемент структуры данных имеет форму ромба. Ромбы объединены по четыре для хранения в двумерном массиве

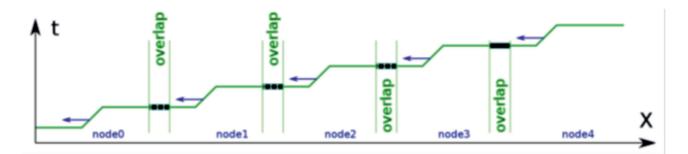


Рис. 6. Параллельное исполнение вычислений на кластере

Данные параметров среды при вычислениях сохраняются в виде трехмерной текстуры. Это удобно, так как параметры среды не нужно перезаписывать во время счета, а также это позволяет пользоваться встроенными возможностями интерполяции. Для экономии памяти используется особенность структуры сейсмоакустических параметров геологической среды, которая заключается в том, что резкие перепады значений параметров происходят на границах пластов преимущественно по вертикальной координате. Параметры внутри пласта даже при наличии градиента меняются медленно.

Трехмерная текстура задается в координатах (x, y, h). Точки (x, y) покрывают область окна вычислений на сетке, в 3-4 раза более крупной, чем сетка численной схемы. Параметры получены из исходной модели билинейной интерполяцией. Значения на мелкой сетке, в том числе на полуцелых шагах, получены из значений массива текстуры билинейных интерполяций. При продвижении окна вычислений по области массив текстуры обновляется циклически.

Вдоль третьей координаты массив имеет существенно меньшее число значений (рис. 7).

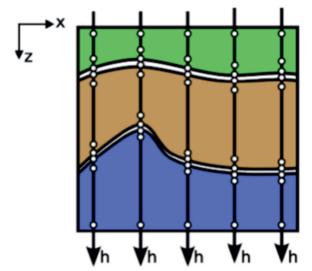


Рис. 7. Параметры среды заданы в малом количестве точек по *h*, которые отвечают кровле и подошве каждого пласта и узкой переходной области между соседними пластами

Параметр h характеризует положение по вертикали относительно пластов. Он линейно меняется внутри пласта, а на границе пластов в промежутке, равном

заданному параметру сглаживания, его рост характеризует кубический полином.

Получается так, что у границ пластов, независимо от перепада высоты границы, для всех (x, y) параметр h постоянен. Значения параметров среды заданы только в ключевых точках области значений параметра h. Количество таких точек равно удвоенному (для описания верхней и нижней части пласта) числу пластов и узких переходных областей между ними. Параметр во всех точках сетки вычислений инициализируется до начала расчета.

В итоге вдоль вертикальной координаты необходимо хранить небольшое количество значений параметров среды, несмотря на перепады мощности пластов в области. Кроме того, подобным сглаживанием изменения параметров среды решается проблема алиасинга.

Есть возможность задания градиентных моделей, надвигов, включений произвольной формы, шероховатых границ пластов.

# Реализация программного кода

Код DiamondSeis (DT/Geo4) реализован на языке C++ для операционной системы Linux с применением технологии CUDA, включает несколько скриптов на языке Python. Возможен запуск и на персональных компьютерах, и на многоузельных кластерах.

Результаты расчета сейсмического поля интерактивно визуализируются во время счета на каждом шаге по времени. Трехмерное скалярное поле одной из декартовых компонент вектора скорости смещений, тензора напряжений или его инвариантов представлено цветом с произвольно заданной палитрой, кодирующей значение отображаемой величины в трехмерной области или в трех двумерных сечениях. При визуализации второго инварианта тензора напряжений продольные и поперечные волны хорошо распознаваемы, так как знак этой величины для них различен. Использована встроенная технология

CUDA Volume Rendering. Пример визуализации представлен на рис. 8.

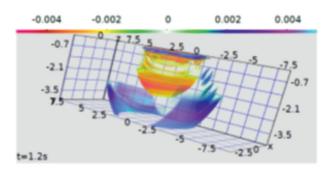
## Результаты моделирования сейсмических полей

Программный код DiamondSeis (DT/Geo4) многократно использовался в различных прикладных задачах. В их число входят:

- Планирование сейсмических работ при проведении гидроразрыва пласта.
- Верификация технологии азимутального анализа амплитуд и оценки параметров анизотропии микротрещиноватых коллекторов.
- Геофизическое обоснование прогноза строения отложений осадочного чехла в районах с проявлением соляно-купольной тектоники.
- Разработка методов прогноза нефтегазоперспективных объектов с использованием технологии трансформации волновых полей в сейсморазведке по методу МОВ-ОГТ.
- Разработка методов обработки и интерпретации материалов сейсмических исследований, полученных на опорных геофизических региональных профилях.
- Разработка методики прогноза по сейсмическим данным зон трещиноватых коллекторов.
- Исследование нестандартной системы наблюдений по слаломному профилю вдоль русла реки.

# Модель с локальными неоднородностями и анизотропией упругих свойств

Приведем пример получения теоретических сейсмограмм на реальной модели геосреды с соляно-купольными структурами. Площадь модели составляет  $50 \, \text{кm} \times 43 \, \text{кm} (2150 \, \text{кm}^2)$ , глубина  $8000 \, \text{м}$ . Размер расчетной сетки в плане  $1000 \times 860 \, \text{ячеек}$ . Модель содержит  $16 \, \text{слоев} \, \text{мощностью}$  от  $20 \, \text{м}$  до  $\sim 2000 \, \text{м}$  со скоростями продольных сейсмических волн в диапазоне от  $2200 \, \text{м/c}$  до  $\sim 6500 \, \text{м/c}$ . Модель подготовлена в следующей конфигурации: локально-



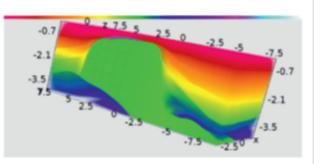


Рис. 8. Трехмерная объемная визуализация второго инварианта тензора напряжений сейсмического поля в определенный момент времени (слева) и пространственной модели среды с соляным куполом (справа)

неоднородная для надсолевой толщи и однородная — в подсолевой (с постоянными значениями характеристик в слоях). Величина мощностей надсолевых горизонтов, выклинивающихся на сводах куполов, задавалась минимальной.

В модель включены локальные объекты, представляющие коллекторы УВ.

Первый из них размещен под кровлей 9-го пласта и имеет следующие параметры: протяженность по x-4 км, протяженность по y-5 км (сетка модели  $81\times101$  узлов), суммарная мощность 60 м (20 м + 20 м + 20 м), скорости  $v_p-5810$  м/с, 5522 м/с, 5810 м/с, скорости  $v_s-3018$  м/с, 2905 м/с, 3018 м/с, плотности – 2,53 г/см³, 2,44 г/см³, 2,53 г/см³ соответственно.

Второй объект отличается анизотропией упругих свойств.

Данные о простирании, ориентации, размерах и раскрытии трещин, а также данные о литостатическом давлении в регионе взяты из открытых публикаций. При их обработке получена матрица жесткости коллектора со следующими элементами (в единицах ГПа, соответствующих (109 Па):

$$C = \begin{bmatrix} 102,4 & 38,9 & 38,9 & 0 & 0 & 0 \\ 38,9 & 119,23 & 43,23 & 0 & 0 & 0 \\ 38,9 & 43,23 & 119,23 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 38,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 26,16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26,16 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Это – трансверсально изотропная упругая среда с главной осью симметрии  $x_1$ , что соответствует перестановке столбцов и строк с номерами 1 и 3, 4 и 6 в матрице (13).

Скорости упругих волн вдоль главной оси симметрии  $v_p = 6102$  м/с, перпендикулярно главной оси симметрии  $v_p = 6585$  м/с. Скорости  $v_s$  вдоль главной оси симметрии и вдоль перпендикулярной к ней плоскости совпадают и равны 3084 м/с.

Теоретические сейсмограммы представлены на рис. 9, 10.

# Тестирование производительности на системах с GPU

На одной из целевых моделей была проведена диагностика производительности расчета и сравнение производительности на различных вычислительных системах. Приведем результаты тестирования.

В вычислениях использована сетка размером  $1500 \times 256 \times 600$  ячеек, включая РМL. Длинная ось расположена вдоль профиля, короткая — поперек. Физический размер области моделирования составил 12,5 км  $\times$  2,1 км  $\times$  5 км при шаге сетки (25/3) м. Объем пересчитываемых данных составил 13 Гб. Источник сигнала типа «центр расширения» был задан

с частотой  $30 \, \Gamma$ ц и расположен вблизи дневной поверхности в центре области. Общее время регистрации сигнала составило 5 секунд. Шаг по времени -0.5 мс. Исходные параметры геологической среды были заданы на сетке  $251 \times 33$  узла по латерали.

Достигнутая производительность:

- На узле с 2 графическими ускорителями GTX 750Ti – 0,51 миллиардов ячеек в секунду (75 минут на весь расчет).
- На узле с GTX Titan Z − 1,1 миллиардов ячеек в секунду (35 минут на весь расчет).

#### Заключение

В результате совместной работы специалистов ФГУП ГНЦ РФ «ВНИИгеосистем» (теперь ФГБУ «ВНИГНИ») и коллектива специалистов из ИПМ им М.В. Келдыша РАН был создан программный код DiamondSeis (DT/Geo4) для расчета теоретических сейсмограмм на основе полноволнового динамического компьютерного моделирования сейсмического поля, исходя из строения и параметров геологической среды, заданных на трехмерной сетке, и параметров источника сейсмического сигнала.

Задача о распространении упругих волн, основанная на уравнениях движения вида (4), (5) для сред с законом Гука (6), численно решается в пространстве и времени, что удобно для вычисления распространения сейсмических импульсов, то есть переходных волн с точно заданным моментом начала распространения, и позволяет задавать криволинейные поверхности границ между однородными областями модели.

Высокое качество получаемых результатов полного 3D моделирования процессов распространения упругих волн обеспечивается с помощью решения полной трехмерной системы уравнений движения в многослойных упругих средах с помощью конечно-разностной численной схемы высокого порядка аппроксимации, неотражающих внешних граничных условий PML, а также сглаживанием контрастных внутренних границ с точностью, согласованной с порядком точности схемы.

Код является уникальным, так как базируется на LRnLA алгоритмах. При анализе зависимостей по данным во временной эволюции компонент сейсмического поля выявлены блоки вычислений, обеспечивающие большую локальность при обращении к данным. Так как основное ограничение производительности расчета для такого типа задач — пропускная способность памяти, то за счет повышения локальности, многократного переиспользования данных, загруженных в верхние уровни иерархии памяти каждого процессора, получена высокая производительность вычислений, а также высокая параллельная эффективность по сравнению с аналогами.

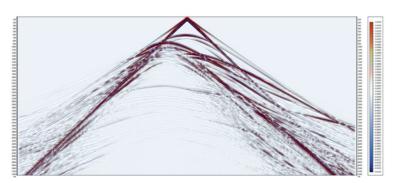


Рис. 9. Типичная теоретическая сейсмограмма (вдоль профиля над соляным куполом). Вертикальная компонента скорости смещений

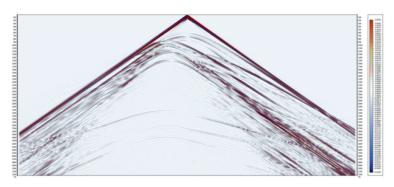


Рис. 10. Типичная теоретическая сейсмограмма (вдоль профиля над соляным куполом). Горизонтальная компонента скорости смещений

Достигнутая высокая производительность счета многократно снижает время получения сейсмограмм по сравнению с программными кодами, использующими традиционные алгоритмы. Разработанная технология существенно снижает стоимость расчетов и позволяет достичь высокого темпа генерации теоретических сейсмограмм для достаточно реалистичных 3D сейсмо-геологических моделей, отражающих имеющиеся знания о строении исследуемого региона, на достаточно компактных и недорогих вычислительных системах.

В итоге получен эффективный инструмент для многовариантного компьютерного моделирования сейсмических полей в реалистических условиях, обеспечивающий высокое качество результатов при достаточно низких затратах. Результат подтвержден многократным успешным применением программного кода DiamondSeis (DT/Geo4) (а также кода CF/Geo4, ранее реализованного на многоузельном СРU кластере и основанного также на LRnLA технологии) в прикладных геофизических задачах при выполнении работ по государственным контрактам и другим проектам.

**Ключевые слова:** сейсмические волны, теоретические сейсмограммы, численное моделирование, локально-рекурсивный нелокально-асинхронный алгоритм (LRnLA), параллельные вычисления, CUDA, GPGPU.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // Journal of Comp. Phys. 1994. V. 114, Issue 2. P. 185-200.
- 2. CUDA C Programming Guide [Electronic resource] // NVIDIA Developer Documentation : CUDA Toolkit Documentation. URL: http://docs.nvidia.com/cuda/index.html#axzz4nwBslOKg (date of access: 22.02. 2017).
- 3. Glubokovskikh S.M., Kaplan S.A., Rok V.E., Titova J.A., Levtchenko V.D. Use of 3D computer seismic full-waveform simulation for validation of porous-fractured reservoir predictions // The 5-th International Conference&Exhibition EAGE/EAGO/SEG, Saint Petersburg, 2012. P072.
- 4. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. Geometrical optics in Engineering Physics. U. K.: Chelmsford: Alpha Science International Ltd., 2005. 354 p.
- 5. Levander Alan R. Fourth-order finite-difference P-W seismograms // Geophysics. 1988. V. 53, No. 11. P. 1425-1436.
- 6. Levchenko V., Perepelkina A., Zakirov A. Diamond-Torre Algorothm for High-Performance Wave Modeling [Electronic resource] // Computation. 2016. V. 4, No. 3. P. 29. URL: http://www.mdpi.com/2079-3197/4/3/29 (date of access: 28.04.2017).
- 7. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J. The Rock Physics Handbook. 2nd ed. U.K.: Cambrige Univ. Press, 2009. 511 p.

- 8. Nakata N., Tsuji T., Matsuoka T. Acceleration of computation speed for elastic wave simulation using a Graphic Processing Unit // Exploration Geophysics. 2011. 42. No. 1. P. 98-104.
- 9. OASES Software for Modeling Seismo-acoustic Propagation in Horizontally Stratified Waveguides [Electronic resource] // MIT Technology Licensing Office. URL: http://technology.mit.edu/technologies/7549\_oases-software-for-modeling-seismo-acoustic-propagation-in-horizontally-stratified-waveguides (date of access: 05.04.2017).
- 10. Packo P. et al. Numerical simulations of elastic wave propagation using graphical processing units comparative study of high-performance computing capabilities // Computer methods in applied mechanics and engineering. 2015. V. 290. P. 98-126.
- 11. Schmidt H., Tango G. Efficient global matrix approach to the computation of synthetic seismograms // Geophys. J. R. Astron. Soc. 1986. 84. P. 331-359. 12. Taflove A., Hagness S.C. Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method. 3rd ed. Norwood, MA: Artech House, 2005. 1038 p. 13. Virieux J. P-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // Geophysics. 1986. V. 51, No.4. P. 889-901.
- 14. Weiss R.M., Shragge J. Solving 3D anisotropic elastic wave equations on parallel GPU devices // Geophysics. 2013. V. 78. No.2. P. F7-F15. URL: http://www.reproducibility.org/RSF/book/uwa/geo2013ElasticModellingGPU/paper.pdf (date of access: 28.02. 2017).
- 15. Williams S., Waterman A., Patterson D.A. Roofline: an insightful visual performance model for multicore architectures // Commun. ACM. 2009. V. 52, No. 4. P. 65-76.
- 16. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы: в 2 т. М.: Мир, 1983. Т. 1. 520 с. 17. Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. М.: Наука, 1969. 351 с.
- 18. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- 19. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика неоднородных сред: в двух томах. М.: Наука, 2007-. Т. 1: Основы теории отражения и распространения звука. 2007. 443 с. Т. 2: Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. 2009. 426 с. 20. Жданов С.А., Закиров А.В., Левченко В.Д., Левченко Т.В., Рок В.Е. Повышение темпа генерации синтетических сейсмограмм с использованием графических ускорителей // Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли. Математические методы, программное и аппаратное обеспечение: сб. тезисов VI научно-практической конференции, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 10-12 февраля 2016. С. 37-41.

- 21. Закиров А.В., Левченко В.Д., Иванов А.В., Хилков С.А., Перепёлкина А.Ю., Левченко Т.В. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2013617078, CF/Geo4, дата регистрации в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности: 31 июля 2013 г. 22. Закиров А.В., Левченко В.Д., Перепёлкина А.Ю., Ясунари Земпо. Высокопроизводительная реализация конечно-разностного метода FDTD для суперкомпьютеров с графическими процессорами: Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. -№ 44. – 22 c. – URL: http://keldysh.ru/papers/2016/ prep2016 44 eng.pdf (дата обращения: 03.04.2017). 23. Иванов А.В., Каплан С.А., Каракин А.В., Левченко В.Д., Левченко Т.В., Рок В.Е. Вычисление полного сейсмического волнового поля в геосреде на основе нового метода решения прямых задач сейсмоакустики // Геоинформатика. – № 3. – 2006. – С. 59-61. 24. Исакович М.А. Общая акустика. – М.: Наука, 1973. – 495 c.
- 25. Каплан С.А., Левченко В.Д, Рок В.Е., Глубоковских С.М., Титова Ю.А. Оценка информативности данных сейсморазведки МВС на основе 3D моделирования полного волнового поля // Геоинформатика. 2011. № 1. C. 49-55.
- 26. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с. 27. Ланда Е.И. Роль дифракционной компоненты волнового поля при построении сейсмических изображений // Технология сейсморазведки.  $\mathbb{N}$  1, 2013. С. 5-31.
- 28. Левченко Т.В., Левченко В.Д., Хилков С.А., Рок В.Е. Об особенностях численного моделирования объектов, Характерных для районов с проявлением соляно-купольной тектоники и возможных изменениях в существующих вычислительных кодах на примере СF-GEO4. БалтикПетроМодель-2014, 15-19 сентября 2014 г.
- 29. Левченко В.Д., Перепелкина А.Ю., Левченко Т.В., Рок В.Е. Высокопроизводительное динамическое 3D моделирование полноволнового сейсмического поля в задачах сейсморазведки. Опыт применения в условиях различных сейсмогеологичесих регионов // Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли. Математические методы, программное обеспечение: сб. тезисов VII науч.-практич. конф., Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 16-17 февраля 2017. Тверь: ООО «Издательство Полипресс», 2017. С. 49-53.
- 30. Сапетина А.Ф. Сравнение эффективности применения различных математических постановок для суперкомпьютерного 3D моделирования сейсмических волновых полей // Суперкомпьютерные дни в России: тр. междунар. конф, Москва, 26-27 сентября 2016 г. М.: Изд-во МГУ, 2016. С. 985-995.