УДК 553.98:519

А.И. Кобрунов, А.Н. Дорогобед, П.В. Кожевникова

МЕТОД НЕЧЕТКОГОЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА И ИНФОРМАЦИОННАЯ ОБЕСПЕЧЕННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ГЕОЛОГИИ

Введение

Геолого-геофизическая информация, служащая основой для построения математических моделей геологических систем, характеризуется неоднородностью, фрагментарностью и неопределенностью, имеющей как стохастическую природу, так и в большей мере связанную с неоднородностью строения среды. Это необходимо учитывать при проектировании технологий разработки месторождений [1]. Геологическое моделирование в условиях неопределенности выполняется на основе вероятностно-статистического подхода и многовариантного моделирования [2]. Однако этот подход обладает рядом недостатков и ограничений, связанных с использованием понятия вероятности. Важной задачей служит не только собственно построение модели, но и оценка ее информационной обеспеченности данными и правилами оперирования данными.

Адекватный реальным данным подход к моделированию основан на методах нечеткого моделирования и правил нечеткого логического вывода.

Основы теории нечетких множеств были заложены Лотфи Заде [3], а принципы нечеткого логического вывода развиты Мамдани [4]. Развернутое современное изложение теории нечеткого моделирования можно найти в работе [5]. Тем не менее, в нефтегазовой геологии эта тема развита недостаточно. Использование понятий о нечетких данных при разработке месторождений подробно рассматривается в [1], а в геофизических приложениях в связи с обратными задачами приведено, в частности, в работах [6, 7]. В задачах принятия решений на основе нечеткого моделирования в нефтегазовой и геологической отрасли следует отметить работы [8-11]. Вероятностная трактовка в оценке запасов залежей углеводородов развивалась в [11-14].

В настоящей работе развиваются принципы и методы создания нечеткой геологической модели адекватной нечеткости исходных для моделирования данных.

Модельные представления

Построение геологической модели месторождения и залежей углеводородов включает в себя два крупных этапа: формирование исходной структурно-фациальной и тектонической модели месторождения [15]; наполнение структурно-фациальной модели содержательными физико-геологическими параметрами, такими как нефтегазонасыщенность, фазовая проницаемость, общая и динамическая пористость и так далее.

Первый этап реализуется в основном сейсмическими методами, дополненными данными гравиметрии и другими полевыми методами с привлечением скважинных данных для корреляции структурно фациальных границ. В итоге выделены фации V_i, в совокупности своей покрывающие всю область V месторождения.

Второй этап состоит в наполнении структурно-фациальной модели содержательными физико-геологическими параметрами. Он основан на использовании предварительно построенных петрофизических моделей коллектора [16, 17] для прогнозирования изучаемых параметров по результатам преимущественно геофизических исследований скважин (ГИС), межскважинной интерполяции прогнозных параметров и заполнения полученными значениями ячеек куба физико-геологической модели.

Петрофизическая модель коллектора – это установленная зависимость между петрофизическими свойствами коллектора, определяемыми по данным ГИС, и литологическими, в частности фильтрационно-емкостными свойствами и параметрами насыщения. Чаще всего она представляет собой интегро-дифференциальное уравнение относительно параметров упаковки элементов (зерен) коллектора и его физических свойств и интегрированным для образца физическим свойством коллектора, определяемым по данным ГИС. Содержит большое число параметров, не поддающихся строгому вычислению на основе экспериментальных данных. Это, например: извилистость порового канала; толщина слоя связанной воды; параметр электрической извилистости; коэффициент формы сечения поровых каналов. Эти модели включают в себя параметры в аналитические выражения, допускающие высокую степень вариабельности зависимостей и требующие подбора из экспериментальных данных. В таком виде эти зависимости представляют собой параметрически заданное выражение для уравнения регрессии, и найденные параметры имеют весьма отделенное отношение к заявляемому физическому смыслу, которым нагружен параметр регрессии. Причина этому состоит в возможной компенсации невязок между экспериментальными данными и теоретическими моделями различных параметров с возможным взаимным влиянием компенсируемых эффектов и отнесении компонент невязок, связанных с одним параметром к невязкам другого параметра. Разделить эту невязку на взаимно независимые компоненты удается лишь в исключительных случаях.

Обозначим s_1 и s_2 параметры, между которыми устанавливается зависимость, принимаемая за петрофизическую модель $s = \{s_1, s_2\}$. Исходные данные $\{s_1^i, s_2^i\}$, $i = 1 \div \mathrm{N}$, полученные в результате петрофизических исследований, образуют полигон рассеяния в фазовом пространстве S параметров $\{s_1, s_2\} \in S$, который обозначим $\mathfrak{A}$. Эти данные используются для выделения в петрофизической модели конкретного уравнения регрессии $s_1 = f(s_2)$, которым далее эти данные подменяются. Собственно, это уравнение и есть математическое выражение петрофизической модели, применительно к данным $\mathfrak{A}$, традиционно используемой при прогнозе параметров. Однако в такой модели многие существенные обстоятельства, принципиальные для анализа достоверностей компонент модели, не учитываются. Во-первых, исходные данные $\mathfrak{A}$ в разных участках имеют разную плотность, что никак не выражено в уравнении регрессии. Например, если $\mathfrak{A}$ представить в виде плотности данных в разных участках, то неравномерность – рассеяние данных – демонстрируется следующей схемой, которая называется картой плотности данных (рис. 1).

Во-вторых, если прогнозные данные s_2 сами служат основой для прогноза параметра s_3 по данным $\mathfrak{M}$, служащих основой петрофизической модели связи между s_2 и s_3, то дополнительное влияние на достоверность прогноза оказывает неравномерная плотность данных $\mathfrak{M}$. Для данных $\mathfrak{M} = \{s_2, s_3\}$ карта плотности данных имеет, в частности, вид, представленный на рис. 2.

Тогда итоговые материалы для установления связи между s_1 и s_3 характеризуются картой плотности данных (см. рис. 3).

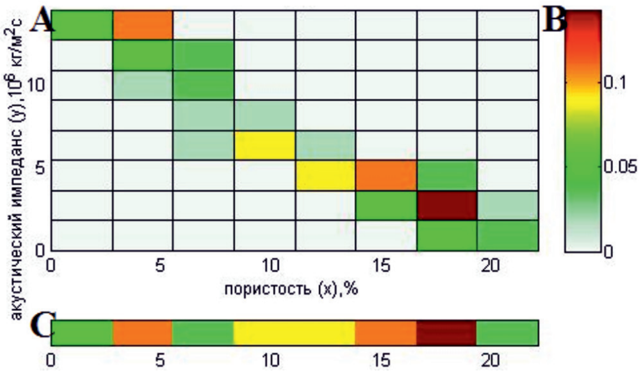


Рис. 1. А – карта плотности данных зависимости «пористость – акустический импеданс», В – легенда по параметру количества данных, попавших в ячейку, С – легенда по максимальным значениям по оси *Y* на выбранном интервале по оси *X*

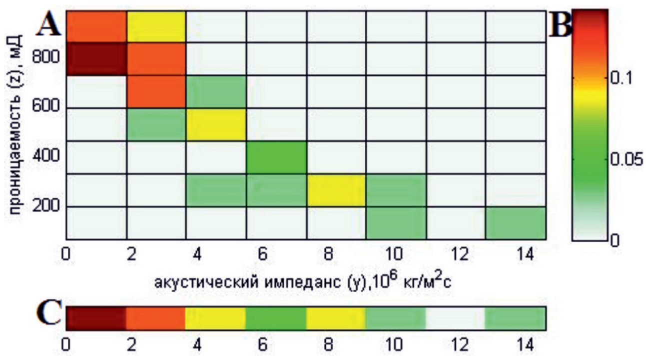


Рис. 2. А – карта плотности данных зависимости «акустический импеданс – проницаемость», В – легенда по параметру количества данных, попавших в ячейку, С – легенда по максимальным значениям по оси *Y* на выбранном интервале по оси *X*

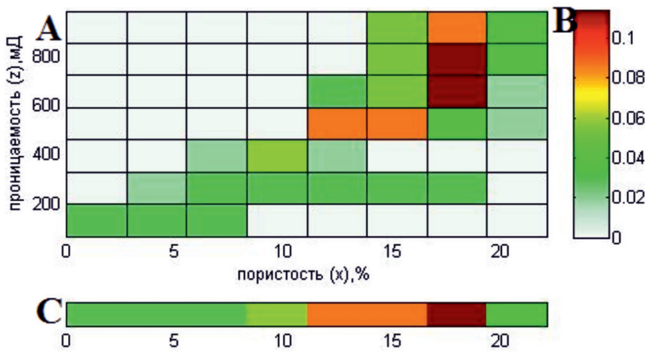


Рис. 3. А – карта плотности данных зависимости «пористость – проницаемость», В – легенда по параметру количества данных, попавших в ячейку, С – легенда по максимальным значениям по оси *Y* на выбранном интервале по оси *X*

Как видно, реальное рассеяние данных далеко не равномерно, и сконцентрированы данные в основном в правой части рисунка. Неучет этого обстоятельства и прогнозирование с равной степенью достоверности для всего диапазона параметров s_1, выводимое из регрессионных уравнений, – ошибочно. Необходима технология прогнозирования, учитывающая реальное рассеяние данных в разных областях прогноза и, в конечном итоге, в разных компонентах и областях прогнозируемой физико-геологической модели.

Учет подобного рода эффектов возможен, если принять точку зрения, что параметры, участвующие в процедуре прогноза, суть нечеткие величины, а связи между ними выражаются не в форме некоторых уравнений, а в форме отношений между нечеткими величинами. В этой ситуации петрофизическая модель будет определена не уравнением регрессии, а нечетким отношением между нечеткими величинами.

Функции принадлежности, нечеткие отношения, композиции

Для удобства обозначений в этом подразделе положим $s_1 = x$, $s_2 = z$. Как известно, нечеткая величина x из универсума X полностью характеризуются своей функцией принадлежности $\mu(x)$, имеющей смысл меры доверия тому, что измерение этой величины приведет к значению x. Если необходимо подчеркнуть, к какому именно выполненному или планируемому эксперименту по измерению параметра или группы параметров относится функция принадлежности, то она снабжается соответствующим символом в нижнем индексе. Например, для данных $\mathfrak{A}$, определяют функцию принадлежности $\mu_{\mathfrak{A}}(x)$. Функция принадлежности служит исчерпывающей характеристикой меры нечеткости величины, на основе которой могут быть построены ее числовые характеристики. Условием служит: $\max_x \mu(x) \le 1$. Это коренное отличие нормировки функции принадлежности от вероятностного закона, обеспечивающее возможность организации эффективных вычислительных процедур для моделирования с использованием нечетких величин.

Обычным образом вводятся операции пересечения, объединения, арифметические над двумя и более нечеткими величинами, имеющими представление на функциях принадлежности $\mu_{\mathfrak{A}}(x)$ и $\mu_{\mathfrak{M}}(x)$ [6].

Связь между двумя нечеткими величинами x и z называется нечетким отношением и конкретизируется определением функции принадлежности совместной для пары значений (x, z): $\mu(x, z)$. Как и ранее, если необходимо подчеркнуть выполненный или планируемый эксперимент, на основании которого определена функция принадлежности (x, z) для отношения, используется символ эксперимента, например $\mu_{\mathfrak{A}}(x, z)$.

Нечеткой петрофизической моделью связи параметров x и z служит функция принадлежности для отношения между нечеткими переменными x и z, полученных на основе экспериментальных данных $\mathfrak{A}$. Отношение $\mu_{\mathfrak{A}}(x, z)$ имеет характер правила $\mathfrak{A}$ прогноза функции принадлежности нечеткой величины с именем z по нечеткой величине x, заданной своей функцией принадлежности $\mu(x)$. Это правило действует аналогично правилу $\mu_{\mathfrak{A}}(x, z)$ преобразования вектора (аналог $\mu(x)$) матрицей (аналог отношения $\mu_{\mathfrak{A}}(x, z)$ с заменой алгебраических операций на логические:

$$\mu(z) = \max_x[\mu_{\mathfrak{A}}(x, z), \mu(x)]. \quad (1)$$

В этом состоит специфика использования алгебры нечетких отношений и их композиций, следующая из определения нечеткого отношения. Оно служит основным правилом прогнозирования нечеткой величины z. Одновременно это правило нечеткого логического вывода (в силу логического характера используемых операций) о нечеткой величине z на основе нечеткого отношения $\mu_{\mathfrak{A}}(x, z)$ и нечеткой величины $\mu(x)$.

Важно предусмотреть ситуацию, присутствующую в приведенном выше примере, когда для прогнозирования нечеткого параметра z нет прямого отношения $\mu(x, z)$. Но есть пара отношений $\mu(x, y)$ и $\mu(y, z)$, по которым конструируется отношение $\mu(x, z)$. Эта конструкция выполняется по правилу Мамдани:

$$\mu(z) = \max_x \min[\mu(x, y), \mu(y, z)], \quad (2)$$

которое выводится на основе анализа нечетких подстановок и эквивалентно подстановке уравнений между переменными (x, y) в уравнения между (y, z) [18]. На основе композиции Мамдани двух отношений может быть сконструирована цепочка произвольной длины, сворачивающая несколько отношений между последовательностью нечетких величин в отношение между нечеткой величиной – аргументом и прогнозной нечеткой величиной [19].

Конструкция нечетких петрофизических моделей

Исходные данные $\mathfrak{A}:\{s_1^i, s_2^i\}$, $i = 1 \div N$, для нечеткой петрофизической модели представляют собой облако точек (полигон рассеяния) в фазовом пространстве $S{:}s = \{s_1, s_2\} \in S$. Разобьем область фазового пространства S на непересекающиеся подобласти ΔS_j, в совокупности покрывающие весь полигон рассеяния. Число таких подобластей равно K.

Полем рассеяния для данных $\mathfrak{A}:\{s_1^i, s_2^i\}$, $i = 1 \div N$, назовем функцию $\mathfrak{A}^c(s)$ в фазовом пространстве S, такую, что для каждой подобласти ΔS_j:

$$\max_{\Delta S_j}\left|\mathfrak{A}^{\varepsilon}(s)\Delta S_j - \mathfrak{A}(\Delta S_j)\right| \le \varepsilon, \qquad (3)$$

где $\mathfrak{A}(\Delta S_j)$ – число значений из $\mathfrak{A} \subset S$, целиком лежащее в ΔS_j, ε – малое число характеризующее погрешность аппроксимации полигона полем рассеяния $\mathfrak{A}^{\varepsilon}(s)$.

Функция принадлежности для отношения между s_1 и s_2, соответствующая полю рассеяния $\mathfrak{A}^{\varepsilon}(s)$, получается нормировкой:

$$\mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s) = \frac{\mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s)}{\max\limits_{s} \mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s)}\ . \qquad (4)$$

Поля рассеяния данных изображены на рис. 1, 2 как карты плотности данных.

Для снижения размерности находящихся в обращении массивов, представляющих функции принадлежности, воспользуемся следующим приемом сжатия информации, состоящем в переходе от поля рассеяния данных к полю источников рассеяния [20].

Выберем в качестве базовой экспоненциальную форму представления функций принадлежности:

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}\zeta}\exp\left(-\frac{|s|^2}{\zeta^2}\right).$$

Здесь ζ – эффективный параметр, характеризующий меру рассеяния. Пусть в ячейках ΔS_j, общее число которых K, заданы значения функции принадлежности $\mu(s^j)$ и интерполяция значений осуществляется по правилу:

$$\max_{j=1\div K}\frac{1}{\sqrt{\pi}\zeta}\,\mu(\mu(s^j))\cdot\exp\left(-\frac{|s-s^j|^2}{\zeta^2}\right) = \mu(s=\{s_1,s_2\},\zeta). \qquad (5)$$

Поставим задачу нахождения минимального числа ячеек M и значений $\mu\,(s^j)$ в этих ячейках, так чтобы:

$$\left\|\max_{j=1\div K}\right\|\frac{1}{\sqrt{\pi}\zeta}\,\mu(\mu(s^j))\cdot\exp\left(-\frac{|s-s^j|^2}{\zeta^2}\right) - \mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s) \le \varepsilon. \qquad (6)$$

$$K \to min$$

Решение этой задачи выполняется численно, зависит от ζ, обозначается: $\{M, \mu^d(s^j)\}$ и называется полем источников рассеяния. Выбор параметра ζ выполняется по принципу покрытия поля рассеяния функцией с представлением (5), относится к числу методических вопросов и рассмотрен в [20]. Снижение размерности за счет перехода к источникам рассеяния демонстрируется приводимым примером на рис. 4.

Нечеткой петрофизической моделью связи параметров s_1 и s_2, соответствующей экспериментальным данным $\mathfrak{A}$, называется параметризованное параметром рассеяния ζ семейство функций принадлежности для отношения $\mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s)$:

$$\mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s) = \max_{j=1\div M}\frac{1}{\sqrt{\pi}\zeta}\,\mu^d(s^j)\cdot\exp\left(-\frac{|s-s^j|^2}{\zeta^2}\right). \qquad (7)$$

Нечеткий логический вывод параметров прогнозной модели и дефазификация

Пусть $\mu(s_1, R_i)$ – функция принадлежности для нечеткой величины – аргумента s_1, соответствующая скважинному интервалу R_i, а $\mu(s_2, R_i)$ – функция принадлежности для прогнозного параметра s_2 как нечеткой величины. Нечеткая петрофизическая модель $\mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s, R_i)$, актуальная для того же интервала, приводит к правилу нечеткого логического вывода Мамдани, следующего из (1) для того же интервала:

$$\mu(s_2, R_i) = \max_{s_1}\left[\mu(s_1, R_i), \mu^{\varepsilon}_{\mathfrak{A}}(s_1, s_2, R_i)\right]. \qquad (8)$$

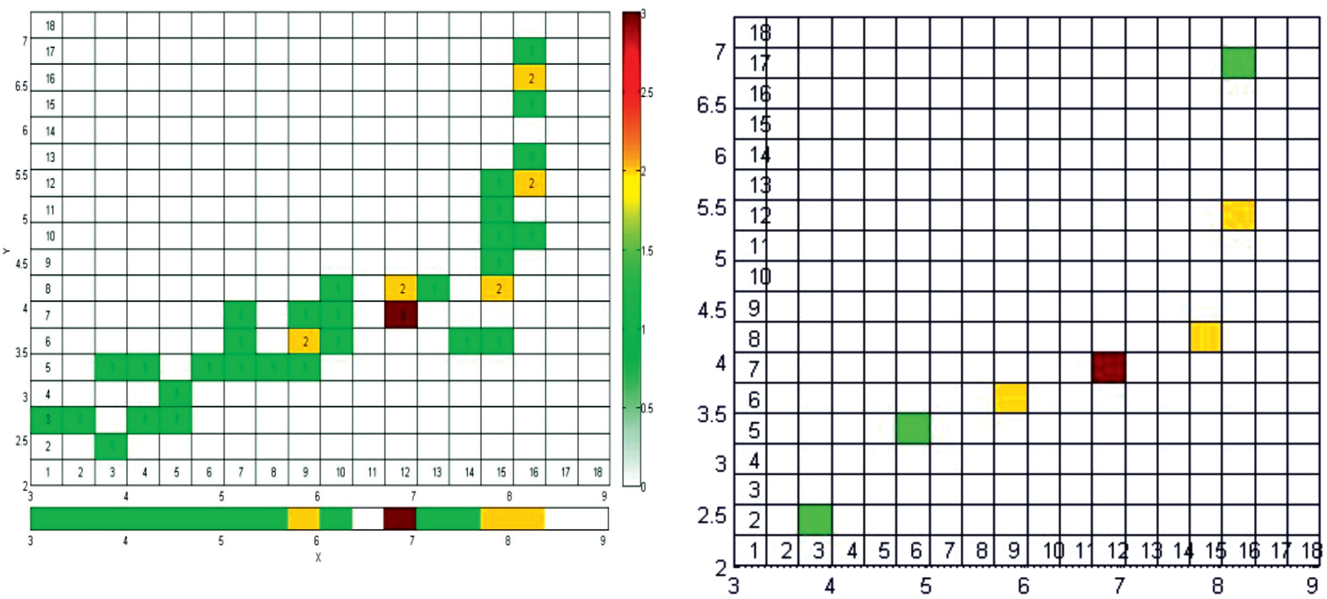


Рис. 4. Сопоставление поля рассеяния данных и поля источников рассеяния

Пространственная интерполяция функций $\mu(s_2, R_i)$ приводит к конструкции функции принадлежности для пространственной модели $\mu(s_2, (R))$ распределения параметра s_2, которая может быть выполнена, например, по правилу:

$$\mu(s_2(R)) = \max_{R_i} \min\left\{\mu(s_2, R_i), \frac{1}{\sqrt{\pi}\eta}\exp\left(-\frac{|R-R_i|^2}{\eta^2}\right)\right\}. \quad (9)$$

Правило (9) возникает как принятие экспоненциального закона убывания четкости информации о параметре по мере удаления от пространственно-закрепленных точек, в которых заданы функции принадлежности изучаемого параметра. Скорость убывания по мере удаления от фиксированной точки R_i регулируется параметром η, который, в частности, может быть равным единице. Могут быть принятые и иные интерполяционные схемы, обеспечивающие получение $\mu(s_2, (R))$ по совокупности $\mu(s_2, R_i)$, особенности которых проявляются в тем меньшей степени, чем гуще сеть скважин, для которых выполняется прогноз.

Для представления результатов нечеткого логического вывода в привычной для конечного пользователя форме служат процедуры дефазификации $\mu(s_2, (R))$.

Определение 1. Оптимальной дефазификацией для $\mu(s_2, (R))$ называется такая модель $sd(R)$, что для каждого $R\in V$:

$$\mu(sd(R)) = \max_{s_2(R)} \mu(s_2(R)), \quad (10)$$

где $sd(R)$ называется оптимальной дефазифицированной моделью.

Утверждение 1. Если для каждого R_i $\mu(s_2, R_i)$ сильно выпукла по параметру s_2, то оптимальная дефазифицированная модель однозначна.

Утверждение 2. Если для одного или нескольких R_i $\mu(s_2, R_1)$ имеет систему локальных максимумов $sd^k(R)$, отличных от $sd(R)$, то поле $\mu(s_2(R))$ допускает систему локальных дефазификаций $sd^k(R)$, образованных функциями, совпадающими в R_i со значениями $sd^k(R_i)$.

Определение 2. Система $sd^k(R)$ называется локальными дефазификациями поля $\mu(s_2(R))$.

Процедуры построения локальных дефазификаций включают в себя: упорядочение и установление корреляций между $sd^k(R_i)$ для разных R_i; интерполяцию находящихся во взаимоотношении локальных экстремумов; собственно построение локальных дефазификаций $sd^k(R)$.

Практически число локальных дефазификаций не превосходит трех и чаще всего равна двум.

Локальные дефазификации являются вариантами построения моделей и составляют суть *многовариантности метода* физико-геологического моделирования на основе принципов нечеткого логического вывода.

На основании построенной функции принадлежности $\mu(s_2(R))$ может быть выполнена экспертиза на обеспеченность и соответствие имеющимся геолого-геофизическим материалам для сформированной модели распределения параметра $sd^0(R)$.

Функция $\mu_{sd^0}(R) = \mu(sd^0(R))$ представляет собой пространственное распределение достоверности значения $sd^0(R)$ для каждого R. Для выделения областей в пространстве, соответствующих разному уровню достоверности модели $sd^0(R)$, построим систему ее α-сечений, где α – уровень достоверности и $0 \le \alpha \le 1$. Подобласть в V такая, что $S^\alpha\left(\mu(sd^0(R))\right) = S^\alpha\left(\mu_{sd^0}(R)\right) = \left\{R : \mu_{sd^0}(R) > \alpha\right\}$, называется α-сечением по уровню достоверности α для модели $sd^0(R)$. $S^\alpha(\mu(sd^0(R)))$ – это подобласть в V, в которой значение достоверности, соответствующее уровню информационной обеспеченности данными и петрофизической модели, не менее чем α. Сужение $sd^0(R)$.с на $S^\alpha(\mu_{sd^0}(R))$ выделяет фрагменты модели, соответствующие ее а-сечению.

Если увеличить параметр α, то $S^\alpha(\mu_{sd^0}(R))$ уменьшится и для $\alpha_2 \ge \alpha_1$. Таким образом, с возрастанием α область $S^\alpha(\mu_{sd^0}(R))$ сжимается. Наконец, при α близком к максимально возможному значению в $sd^0(R)$ остается только узкая область определения.

Анализ α-сечений $S^\alpha(\mu_{sd^0}(R))$ дает объективное представление об информационном уровне для построенной модели и, тем самым, с одной стороны обеспечивает управление рисками в принятии решений о технологии разработки месторождении, а с другой, выделяет объективно не обеспеченные информацией зоны модели, требующие доразведки, определяя тем самым направление и характер работ по доразведке месторождения.

Пример последовательности α-сечений для модели одного из месторождений Тимано печорской нефтегазовой провинции приведен в табл. 1.

Как видно из рисунков в таблице, развитый метод позволяет для заданной модели получить вложенную последовательность фрагментов, характеризующихся уровнем обеспеченности объективной исходной информацией, содержащейся в нечеткой петрофизической модели и данных ГИС, отнесенных к площади исследований.

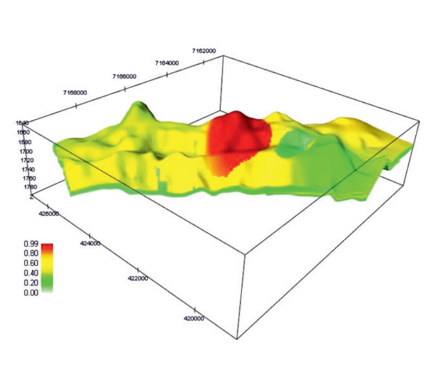
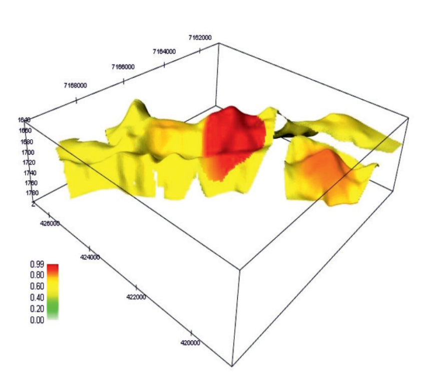
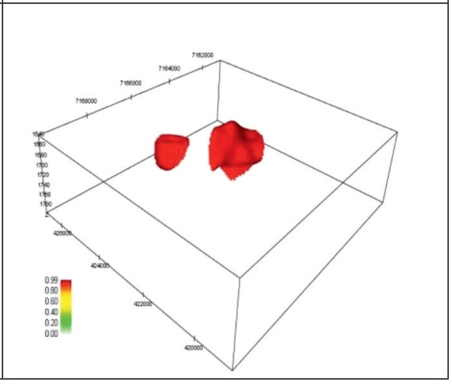
Ключевые слова: нечеткие переменные, функция принадлежности, нечеткие отношения, нечеткая петрофизическая модель, метод нечеткого логического вывода, дефазификация, α-сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Н.А. Моделирование месторождений углеводородов методами нечеткой логики. – М. : Наука. – 1994. – 462 с.

Таблица 1

Распределение информационной обеспеченности построения модели месторождения в форме α-сечений

$\alpha = 0{,}1$	$\alpha = 0{,}6$	$\alpha = 0{,}8$
		

2. Сабельников И.С., Потехин Д.В. Геостатистические методы определения достоверности трехмерной литологической модели месторождения [Электронный ресурс] // Website EAGE : Geomodel 2014 – 16th EAGE science and applied research conference on oil and gas geological explorationand development : abs. – URL: http://www.earthdoc.org/publication/publication details/?publication=77944.
3. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. – 1965. – Vol. 8, N 3. – P. 338-353.
4. Mamdani E.H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plants // Proc. Inst. Electrical Engineers. – 1974. – Vol. 121, N 12. – P. 1585-1588.
5. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.
6. Bardossy A., Duckstein L. Fuzzy Rule-Based Modeling with Applications to Geophysical, Biological and Engineering Systems. – Boca Raton, FL : CRC Press, 1995. – 256 p.
7. Paasche H., Tronicke J. Cooperative inversion of 2D geophysical data sets: A zonal approach based on fuzzy c-means cluster analysis // Geophysics. – 2007. – Vol. 72, № 3. – P. A35-A39.
8. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. – Тюмень : Изд-во ТГУ. – 2000. – 352 с.
9. Алтунин А.Е., Семухин М.В., Ядрышникова О.А. Оптимизация инвестиционных планов проведения геолого-разведочных работ на основе нечеткого математического программирования // Нефтяное хозяйство. – 2009. – № 10. – С. 30-32.
10. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Сравнительный анализ использования вероятностных и нечетких методов оценки неопределенности и рисков при подсчете запасов и ресурсов углеводородов // Нефтяное хозяйство. – 2011.–№ 9. – С. 44-49.
11. Кобрунов А.И., Григорьевых А.В. Методы нечеткого моделирования при изучении взаимосвязей между геофизическими параметрами // Геофизика. – 2010. – № 2. – С. 17-23.
12. Пороскун В.И., Стернин М.Ю., Шепелев Г.И. Вероятностная оценка запасов на начальных стадиях изучения залежей нефти и газа // Геология нефти и газа. – 1999. – № 5-6. – С. 59-63.
13. Старобинец А.Е. Методика вероятностной оценки достоверности запасов и ресурсов нефти и газа // Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений. – М. : ВНИИОЭНГ, 2000. – № 4. – С. 14-16.
14. Старобинец А.Е. Методика оценки неопределенностей в значениях подсчетных параметров при подсчете ресурсов и запасов углеводородов на основе вероятностного подхода // Процесс принятия управленческих решений на основе экономического анализа работ по поискам и разведке нефти и газа : сборник. – М. : ВНИИОЭНГ, 2001. – С. 128-147.
15. Ампилов Ю.П. От сейсмической интерпретации к моделированию и оценке месторождений нефти и газа. – М. : Газоил пресс, 2008. – 385 с.
16. Добрынин В.М. Геофизические исследования скважин : учебник для вузов / В.М. Добрынин, Б.Ю. Вендельштейн, Р.А. Резванов, А.Н. Африкян. – М. : ФГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2004. – 400 с.
17. Вендельштейн Б.Ю., Резванов Р.А. Геофизические методы определения параметров нефтегазовых коллекторов. – М. : Недра, 1978. – 318 с.
18. Бурмистрова О.Н., Кобрунов А.И., Кожевникова П.В. Нечеткие подстановки и принцип Мамдани // Успехи современного естествознания. – 2016. – № 1. – С. 96-101.
19. Кобрунов А.И. Математические методы моделирования в прикладной геофизике (избранные главы) : в 2 ч. – Ч. 2: Системный анализ и моделирование в условиях неопределенности. – Ухта : УГТУ, 2014. – 155 с.
20. Кобрунов А.И., Кожевникова П.В. Выбор и обоснование функции принадлежности при прогнозировании параметров геологических сред в условиях неопределенности // Рассохинские чтения : мат-лы междунар. семинара (5-6 февраля 2015 года) : в 2 ч. – Ч. 2 / под ред. Н. Д. Цхадая. – Ухта : УГТУ, 2015. – С. 153-162.