УДК 550.831.23+550.838

П.И. Балк

СКРЫТАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

Введение

Неудачный выбор критериев для оценки состоятельности и степени новизны алгоритмов решения обратных задач привел к парадоксальной ситуации, когда при кажущемся многообразии методов, которые практикуются в теории интерпретации потенциальных полей, все они на поверку оказываются равнозначными с точки зрения объема и качества информации, гарантированно содержащейся в результатах интерпретации. В сознании геофизика эквивалентность обычно ассоциируется с существованием различных распределений источников поля, создающих близкие (или даже совпадающие) поля, что служит источником неопределенности при выборе наилучшего решения обратной задачи. Однако это не единственная форма негативного проявления эквивалентности в теории алгоритмов решения обратных задач для потенциальных полей. Судя по геофизической литературе, другая форма – эквивалентность самих методов решения обратных задач – до сих пор не обращала на себя внимание специалистов. Если эквивалентность по полю – это объективная реальность, то остававшаяся незамеченной эквивалентность основных алгоритмов решения обратных задач – это в значительной мере следствие наших заблуждений, и многое здесь можно исправить.

Мы покажем, что эквивалентность буквально пронизывает весь математический аппарат решения обратных задач для потенциальных полей, позволяя объединить подавляющее большинство известных алгоритмов в одну группу принципиально равнозначных алгоритмов. Такой вывод может показаться читателю неожиданным, а самим авторам алгоритмов – незаслуженным. Но если его удастся обосновать, то это безусловно способно повлечь за собой корректировку отдельных положений теории интерпретации потенциальных полей. Во всяком случае, дальнейшая эксплуатация концепции, которая способна продуцировать лишь равнозначные методы решения обратных задач, потеряет былой интерес и вынудит геофизиков-теоретиков обратить внимание на более перспективные подходы к проблеме извлечения информации из данных измерений гравитационных и магнитных полей.

Основные базовые положения, лежащие в основе традиционного подхода к построению алгоритмов решения обратных задач грави- и магнитометрии

Начнем с того, что *фактический* объем и качество полезной информации, содержащейся в результатах решения обратной задачи по определенному алгоритму, есть главный и неоспоримый критерий его эффективности в *конкретных* условиях интерпретации. Если алгоритм не оправдал ожиданий при решении конкретной задачи, то какими бы замечательными побочными свойствами он ни обладал, для интерпретатора это будет слабым утешением – состоятельность метода нельзя оценивать в сослагательном наклонении. Как бы то ни было, в практике решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки для обоснования полученных результатов принято ссылаться на критерии, имеющие косвенное отношение к максимизации объема и качества извлекаемой информации. Речь идет о критериях *оптимальности* приближенного решения обратной задачи и его *сходимости*. Их противоречивое влияние на ход развития теории интерпретации потенциальных полей уже рассматривалось автором в работе [1]. Здесь же нам понадобится, если так можно выразиться, информационный аспект двух этих свойств приближенных решений.

Понятно, что каждый, кто изначально отнесется скептически к высказыванию об эквивалентности существующих алгоритмов решения обратных задач, скорее всего, примется искать контраргументы в сопоставлении математически строгих и «не строгих» алгоритмов, которые были разработаны геофизиками еще до появления теории некорректных задач и поныне успешно применяются при интерпретации полевых измерений. Поэтому в наших интересах сразу показать, что оптимальность и сходимость – это не те признаки, которые не позволяют отнести в один класс строгие методы и методы, для которых оптимальность и сходимость не являются определяющими.

Так сложилось, что оптимальность алгоритма ошибочно воспринимается многими геофизиками как некая гарантия качества результатов интерпретации. Это неверно, когда понятие «оптимальности» завязано на такие признаки, как «минимум невязки подбора».

Подобная «оптимальность» далека от той, которую геофизик ожидает от решения обратной задачи. Что касается расхожего клише «сходимость полученного решения», которое, как и «оптимальность», звучит весьма заманчиво, то это всего лишь сленг. Сходимости построенного решения – к чему бы то ни было! – не может быть уже потому, что оно одно и статично. На самом деле речь идет о сходимости *последовательности* несуществующих (!) приближенных решений, за каждым из которых не стоят никакие реальные измерения. Каждое такое виртуальное решение отвечает определенной норме помех, которые (опять же гипотетически) могли бы отягощать измерения поля. Значения этих норм выстроены в последовательность, сходящуюся к нулю (на бумаге это сделать можно всегда). Сходимость самой последовательности приближенных решений (где, напомним, все элементы, кроме одного, являются виртуальными) и выдается за сходимость построенного решения, отвечающего фактическому значению нормы. Сходящиеся алгоритмы не заботятся о качестве каждого отдельно взятого элемента последовательности, а значит, и того единственного, которое нас интересует. Сходимость – это иллюзия возможности обеспечить (на практике!) точность результатов интерпретации с наперед заданной точностью.

Тот факт, что оптимальность и сходимость нельзя рассматривать как решающее преимущество, в каком-то смысле поддерживает утверждение об эквивалентности многих алгоритмов, но, конечно, не является доказательством. Его приведем позже. А пока обратим внимание на одно досадное недоразумение, которое тиражируется в геофизической литературе при обсуждении особенностей обратных задач. Своим возникновением оно обязано математической теории решения некорректных задач, основные постулаты которой были заимствованы математической геофизикой без учета специфики решаемых на практике задач.

Речь идет о таком феномене, как возможность появления сколь угодно больших ошибок решения обратной задачи. Как известно, именно они стали обоснованием теории решения некорректных обратных задач. Однако не все, что справедливо для абстрактных обратных задач, автоматически переносится на задачи гравиразведки и магниторазведки. Посылка о существовании неограниченного множества Q допустимых решений обратной задачи при сколь угодно малых ошибках измерений поля игнорирует реалии геофизической практики. Так как измерения потенциальных полей дискретны, то информационно обеспечены лишь модели источников поля с конечным числом параметров, а благодаря природным ограничениям на физические и геометрические параметры модели ограничено и множество Q – неустойчивости в ее строгом понимании в классе обратных задач для потенциальных полей нет, как нет и *неограниченно* больших ошибок решения. Не нарушая общности, постановку обратной задачи можно начинать с того, что Q – ограниченное множество в $\mathbf{R}^n$, где n – параметрическая размерность модельного класса M источников поля. Теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, освобожденной от такой «страшилки», как «бесконечно большие ошибки в результатах интерпретации», легче осознать все «коварство» незамысловатого тезиса: «следует ли обременять теорию какими-то второстепенными проблемами вроде оценки фактического качества результатов интерпретации, если сходимость все перекрывает». Дж. Тьюки заметил: «оптимальность становится опасной, если ее принимать слишком всерьез». Стоит принять всерьез еще и сходимость, как в разряд «второстепенных» попадет не только проблема отсутствия монотонной зависимости *фактического* качества решения обратных задач от объема априорных данных, но и обозначенная проблема эквивалентности большинства используемых алгоритмов. Все было бы не так драматично, если бы известные алгоритмы решения обратных задач не составляли (мы это еще покажем) класс алгоритмов, наиболее уязвимых в плане оценки свойств извлекаемой информации.

В дальнейшем будем исходить из того, что костяк математического обеспечения теории интерпретации потенциальных полей составляют детерминистские методы решения обратных задач, общими чертами которых являются: а) предположение, что каким бы ни оказалось точное решение обратной задачи, среди элементов множества Q найдется (опорный) элемент S°, аппроксимирующий решение $\hat{S}$ с приемлемой точностью (этот элемент остается неизвестным, важен факт его существования); б) использование некоторой априорной информации G (включая измерения поля и соображения, позволившие выбрать класс M; изредка в задаче присутствует оценка предполагаемой близости $\rho(U, \hat{U})$ истинного поля и поля опорного элемента $S^{\circ} \in Q$, позволяющая скорректировать допустимое значение невязки); в) представление о результатах интерпретации данных измерений гравитационного (магнитного) поля как о некотором элементе множества допустимых решений Q, причем вовсе не обязательно, чтобы в построениях это множество присутствовало явно; г) непременный статус оптимальности выбранного решения (преимущественно по каким-то косвенным признакам); д) скалярный критерий F для *попарного* сравнения альтернативных вариантов интерпретации, с помощью которого осуществляется выбор оптимального решения S^{opt}; е) заимствованный из вычислительной математики алгоритм оптимизации для поиска минимального значения $F^{\min}$ функционала F и соответствующего ему оптимального решения S^{opt}. С точки зрения обсуждаемой эквивалентности определяющие признаки этой группы алгоритмов собраны в условия в, г, д и, частично, е; среди них наиболее важными являются признаки в и д. К сожалению, объединяющим началом для известных алгоритмов решения обратных задач стали не какие-то их общие возможности в вопросе оценки свойств извлекаемой информации, а отсутствие таковых.

Основные признаки эквивалентности существующих методов решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки

Первый признак эквивалентности алгоритмов данной группы состоит в том, что *гарантированное* превосходство по *фактической* точности приближенного решения не в состоянии обеспечить ни один из них. Преимущество того или иного алгоритма интерпретации в отдельно взятой задаче *случайно* и зависит от специфики выборки случайных помех в измерениях поля. Как только по алгоритмам A_1 и A_2 построены приближенные решения S_1^{opt} и S_2^{opt}, множество Q однозначно разбивается на два подмножества Q_1 и Q_2, такие, что: если истинное решение $\hat{S}$ обратной задачи лежит в Q_1, то по точности в выбранной метрике ρ более предпочтительно решение S_1^{opt}; если же $\hat{S} \in Q_2$, то в данной задаче более выигрышным окажется алгоритм A_2. Таким образом, если за критерий состоятельности алгоритма взять *фактическое* качество результатов интерпретации, то получим еще одно подтверждение тому, что оптимальности в том смысле, как ее хотелось бы видеть интерпретатору, нет и быть не может. Этот безрадостный факт уравнивает в правах известные алгоритмы независимо от того, насколько математически «продвинутым» является каждый из них. Нетрудно предположить, что сторонникам ортодоксальных направлений в теории решения обратных задач согласиться с последним замечанием особенно трудно.

Второй признак эквивалентности известных алгоритмов, пока еще не связанный напрямую со свойствами извлекаемой информации, – это пассивная роль, которую играет структура множества Q при выборе «оптимального» решения S^{opt}. Вопреки здравому смыслу, обязывающему результаты интерпретации отзываться на свойства априорной информации G, решения S_1^{opt} и S_2^{opt}, построенные по одному и тому же алгоритму A, но при разных объемах априорной информации G_1 и G_2 (Q_1и Q_2 – соответствующие множества допустимых решений), совпадают, если минимумы функционала F на множествах Q_1 и Q_2 достигаются на одном и том же элементе из $Q_1 \cap Q_2$. Отсутствие монотонной зависимости качества результатов интерпретации от объема и качества информации G, незаслуженно ставящая под сомнение основной резерв геофизических методов – увеличение объемов априорной информации для повышения результативности интерпретации, всецело «заслуга» кажущегося незыблемым представления результатов интерпретации как отдельного решения обратной задачи, а также структуры используемых критериев F. Дефектность скалярных критериев попарного сравнения альтернативных вариантов обоснована в работе [2]. Наглядную иллюстрацию потерь, которые из-за них несут гравиразведка и магниторазведка, дают примеры из работы [3]. Их решения идут вразрез с обычными представлениями о зависимости точности решения обратных задач от специфики исходных данных. Так, множество измерений гравитационного поля может быть разбито на несколько подмножеств, и окажется, что точность решения, полученного по совокупным данным, ниже точности решения, построенного этим же алгоритмом по каждому из подмножеств. Или взять совместную интерпретацию измерений двух производных гравитационного потенциала путем минимизации взвешенного функционала невязки, когда точность интерпретации совокупных данных окажется ниже точности интерпретации измерений каждой из производных; причем почти при всех значениях весового коэффициента в структуре агрегированного функционала невязки.

Рене Декарту принадлежит изречение: «Определяйте значение слов, и вы избавите мир от половины недоразумений». Притом что до сих пор нет единого определения информации как научного термина, ее понятие трактуется в среде специалистов в области интерпретации геопотенциальных полей достаточно произвольно; между построенным решением S^{opt} и информацией о точном решении $\hat{S}$ ставится знак равенства. Резонно спросить: а в чем собственно заключена информация, которую якобы удалось извлечь из результатов решения обратной задачи? Какими обладает она свойствами? Можно ли на основе найденного решения гарантированно выделить фрагмент возмущающего тела, а если нет, то хотя бы дать оценку меры общности истинного и точного решений? Положительного ответа не будет. Если согласиться, что интуитивное представление геофизика об информативности решения обратной задачи связано все же с неопределенностью, то есть смысл придерживаться мнения Клода Шеннона, которому принадлежит следующее, не претендующее на полноту понятие: «информация – это снятая неопределенность наших знаний о предмете исследования». Тогда под информацией, которую несет в себе модельный носитель масс $S^{opt} \in Q$, логично считать его фрагмент $S_0^{opt} \subset S^{opt}$, одновременно являющийся и фрагментом носителя $\hat{S}$: $S_0^{opt} \subset S^{opt} \cap \hat{S}$. Меру

$\mu(S_0^{opt})$ можно было бы принять за меру информации, которую в *конкретной* задаче несет найденный допустимый носитель S^{opt}. В том случае, когда область S_0^{opt} указать невозможно (она существует, но где располагается в пространстве неясно), ее логично назвать скрытой информацией. Область $S^{opt} \backslash \hat{S}$, позиционирующую себя как возможный фрагмент носителя $\hat{S}$, но таковой не являющейся, назовем *ложной* информацией, а фрагмент $\hat{S} \backslash S_0^{opt}$ области, заполненной аномальными массами, но не нашедшей места в решении S^{opt} обратной задачи – *потерянной* информацией.

Анализ на предмет эквивалентности алгоритмов, объединенных перечисленными выше условиями а–е, продолжим уже с точки зрения признаков, определяющих по Шеннону способность информации, взятой из результатов интерпретации, снять априорную неопределенность. Если бы среди известных алгоритмов решения обратных задач удалось обнаружить те из них, которые позволяли собственными средствами устанавливать оценку $\mu(S_0^{opt})$ меры общности истинного и полученного решений, то это позволило бы вывести такие алгоритмы из рассматриваемой группы. Среди известных алгоритмов, базирующихся на условиях а–е, таких нет. Чтобы обладать таким свойством, требуются принципиально иные критерии сравнения F, основанные не на попарном, а на множественном сопоставлении альтернативных вариантов интерпретации.

Итак, подведем промежуточные итоги. Интерпретация в терминах $<S^{opt}, F^{\min}>$ не содержит информацию, которая позволила бы гарантированно установить какой-то фрагмент истинного носителя $\hat{S}$. Не говоря уже о достоверной информации, при любом скалярном критерии F попарного сравнения конкурирующих вариантов решения обратной задачи результаты интерпретации в терминах пары $<S^{opt}, F^{\min}>$ не содержат сведений ни о скрытой, ни о ложной, ни о потерянной информации. Нет и посылок для того, чтобы поставить вопрос об оценке объемов каждой информации. Алгоритмы, входящие в эту группу, работают как бы «вслепую». Если добавить ранее отмеченную неспособность таких алгоритмов выделить из своей среды лидера по точности решения, а также немонотонное поведение точности решения от объема и качества входных данных, складывается неутешительная картина. Но чтобы ни говорилось, алгоритмы этой группы многократно доказали свою состоятельность на практике. Автор рискнет утверждать, что достаточный объем скрытой информации и есть то главное, что на интуитивном уровне ожидает интерпретатор от решения обратной задачи и собственно алгоритма, который стоит за этим решением; что он понимает под неформализованным и размытым термином «информация» и что во многих случаях обеспечивает успех.

Перспективы построения новых классов алгоритмов решения обратных задач

Возникает естественный вопрос о существовании, пусть даже и гипотетическом, алгоритмов решения обратных задач для потенциальных полей, которые могли бы составить другую группу эквивалентности. Отталкиваясь от понятий скрытой и достоверной информации, можно не только утверждать о существовании таких групп, но и сказать более определенно: теория интерпретации геопотенциальных полей может рассчитывать на три различные группы алгоритмов решения обратных задач.

Ясно, что принципиально новые алгоритмы могут появиться лишь в случае, когда, переборов стереотипы, удастся отказаться от некоторых сформулированных условий а–е. Еще одну группу алгоритмов мы можем обозначить уже сейчас. Речь идет об алгоритмах, реализующих гарантированный подход, становление которого в теории интерпретации потенциальных полей началось с работы [4]. Этот подход ставит перед собой максимально высокую планку и направлен на извлечение информации «первого сорта» – достоверной информации об изучаемом объекте. Заметим, что с начала 90-х годов аналогичный подход (и, что интересно, с тем же названием) стал активно развиваться в других науках, где возникает потребность принятия решения в условиях неопределенности [5]. Гарантированный подход отказывается от принятого определения результата количественной интерпретации аномалии как единичного приближенного решения обратной задачи (условие в) в пользу совокупности геологически содержательных инвариантов на всем множестве Q допустимых решений. Так, в обратной задаче рудного типа, предназначенной для оценивания геометрического места точек $\hat{S} \subset \mathbf{R}^3$, занятых аномалиеобразующими массами, за результат интерпретации предлагается брать максимально и минимально возможные области D_2 и D_1, которые (при условии адекватности всех априорных предпосылок) гарантированно удовлетворяют включению $D_2 \subset \hat{S} \subset D_1$ (области D_1 и D_2 получают статус инвариантов на множестве Q из-за того, что, какой бы допустимый носитель из Q ни взять, область D_2 будет его фрагментом, тогда как сам этот носитель будет фрагментом области D_1). В случае структурной обратной задачи в роли инвариантов выступают огибающие множества допустимых границ двух плотностных сред. В линейной обратной задаче гравиразведки в случае модели источников в виде пакета призм постоянной плотности результаты интерпретации выражаются, не как обычно в терминах вектора допустимых плотностей призм, а в терминах минимально и максимально возможных значений плотности каждой призмы. В этой связи уместно вспомнить работу Л.В. Канторовича [6], в которой задача оценивания избыточной массы ставилась как задача определения минимально и максимально допустимого его значения без претензии на возможность вычисления оптимальной (в каком бы то ни было смысле) оценки массы. Из-за повального увлечения идеями теории решения некорректных обратных задач, пик которого выпал на конец 70-х – начало 80-х годов, геофизики не успели проникнуться концепцией Л.В. Канторовича, которую автор считает предтечей гарантированного подхода в геофизике.

Отказ от обычного представления о том, что понимать под результатом решения обратной задачи, меняет отношение к некоторым другим условиям, характерным для группы классических алгоритмов. Так, гарантированный подход принципиально не нуждается в условии оптимальности г – все допустимые решения равноправны и в равной степени участвуют в процедуре их синтезирования с целью формирования результата интерпретации. Нет нужды (условие д) в каких бы то ни было критериях F для сопоставления (даже не обязательно попарного) допустимых вариантов интерпретации. Необходимость в методах минимизации (условие е) остается, но к ним предъявляются принципиально иные, менее жесткие требования. От методов минимизации теперь не требуется отыскать глобальный (или локальный) экстремум, поскольку попросту нет самой необходимости в решениях, которые бы отвечали экстремумам некоторых функционалов. Задача метода заключается теперь в поиске любого допустимого решения, обладающего неким дополнительным свойством. Такой выборочный подход к поиску допустимых решений позволяет, не прибегая к построению всего множества Q (что было бы и невозможно), вычленить из Q довольно узкое представительное подмножество $Q_0 \subset Q$ допустимых носителей, объединение и пересечение которых достаточно уверенно аппроксимирует искомые области пространства D_1 и D_2. Если ограничение на расхождение наблюденного и модельного полей вынесено в структуру минимизируемого функционала (к примеру, невязки), то итерационный процесс построения допустимого решения прерывается, как только достигнуто приемлемое значение невязки. Достигнуто это значение в точке глобального или локального минимума либо это, что скорее всего, «рядовая» точка, не имеет никакого значения. Понятно, что математический интерес, который всегда фокусируется на локальных экстремумах, к таким методам минимизации не будет слишком высоким, и вычислительной геофизике приходится позаботиться самой о разработке специализированных, проблемно ориентированных методах минимизации. Характерное разногласие интересов «большой математики» и геофизики хорошо отражает известный афоризм В.Н. Страхова [7]: «Математика является универсальным языком науки, но каждая отдельная наука говорит на своем диалекте».

Методологически важная особенность гарантированного подхода состоит в том, что информативность результатов интерпретации, полученных в его рамках, это уже не оценка какого-то конкретного алгоритма решения обратной задачи, а оценка разрешающих возможностей самого геофизического метода. Так, в обратной задаче рудного типа область D_2 – это максимальный общий фрагмент всех допустимых решений, и расширить его нельзя никаким методом решения обратной задачи, не рискуя достоверностью результата. Если при использовании известных алгоритмов из первой группы всегда остается сомнение насчет того, нельзя ли было с помощью другого алгоритма получить (наверняка!) более качественные результаты, то в случае гарантированного подхода таких сомнений попросту нет – извлекается тот объем достоверной информации, который хранился в результатах измерений в совокупности со всеми априорными данными. Не больше того, но и не меньше. В результатах интерпретации в терминах пары $<D_1, D_2>$ находят себя все четыре типа информации – достоверной, скрытой, ложной и потерянной. Область D_2 и дополнение области D_1 до $\mathbf{R}^3$ – это достоверная информация. Скрытая, ложная и потерянная информация, которая присутствует в отдельно взятом допустимом решении из множества Q, содержится в области $D_1 \setminus D_2$. Величина $\mu(D_2)$ – это объем достоверной информации о носителе $\hat{S}$. Ее можно трактовать и как оценку снизу для объема скрытой информации в каждом решении $S^{opt} \in Q$, построенном по любому известному алгоритму из первой группы алгоритмов: $\mu\,(S^{opt} \cap \hat{S}) \geq \mu\,(D)$. И еще одно замечание. Детерминистский подход долгое время был отлучен от решения вопросов достоверности и надежности результатов интерпретации не только ввиду ложного толкования условия сходимости, но и в силу сложившихся стереотипов, согласно которым эти вопросы являются исключительно прерогативой информационно-статистического направления в теории интерпретации потенциальных полей. Заслуга гарантированного подхода в том, что он позволил преодолеть этот психологический барьер.

Без сомнения, гарантированный подход подкупает возможностью извлечения достоверной информации, и потому может сложиться неверное представление о его абсолютном преимуществе. Это не так; нельзя извлечь из данных больше того, что в них заложено. В желании по максимуму снять неопределенность можно столкнуться с обескураживающей ситуацией, когда $D_2 = \varnothing$ – математически выверенное решение на поверку оказывается бесполезным.

Оба подхода, которые уже существуют в теории интерпретации потенциальных полей и которые мы успели здесь обсудить, в некотором смысле полярны, и между ними явно просматривается свободное место для третьего, который мог бы породить еще одну группу алгоритмов решения обратных задач. Так, анализируя результаты апробации алгоритмов, реализующих концепцию гарантированного подхода, и при этом нередко сталкиваясь с исходом $D_2 = \varnothing$, авторы работы [8] пришли к выводу, что детерминистскому направлению в теории интерпретации потенциальных полей недостает алгоритмов, позволяющих максимизировать гарантированную точность найденного решения. По сути, речь идет об алгоритмах, призванных обеспечить максимум выигрыша при развитии событий по наихудшему сценарию. Подобная концепция, получившая широкое распространение в различных областях науки (теории игр, экономике, исследовании операций) и названая минимаксной, в теории интерпретации, насколько известно автору, пока не практиковалась. Если минимаксный критерий оптимальности выбора оформить в терминах, предложенных в настоящей статье, то речь пойдет об алгоритмах, способных, как минимум, оценить объем скрытой информации в приближенном решении обратной задачи, а как максимум – выбрать из множества Q то из них S^{opt}, которое содержало бы наибольший гарантированный объем такой информации. Схожие задачи в принципе можно ставить в отношении ложной и потерянной информации.

Вновь обратимся к условиям а – е. В случае минимаксных алгоритмов прежним остается понятие результата интерпретации (условие в) как единичных оценок параметров модели и статус оптимальности для найденного решения (условие г). Более того, как в случае алгоритмов, составивших первую группу эквивалентности, алгоритмы, реализующие минимаксный подход, нуждаются в скалярном критерии F для выбора оптимального решения S^{opt} – условие д). Однако критерий этот имеет принципиально иную структуру. С его помощью осуществляется уже не попарное сравнение альтернативных вариантов решения из Q, а множественное (совместное) сопоставление каждого варианта со всеми остальными. Авторы работы [8] заняты в настоящее время поиском конструктивных способов реализации идеи минимакса.

Выводы

Подведем итоги. Если за основу классификации алгоритмов решения обратных задач для потенциальных полей взять их возможности в оценке свойств и объема извлекаемой информации об источниках поля, то их можно распределить всего по трем группам. Безусловно, эквивалентность не означает полной идентичности алгоритмов. Они могут различаться типами априорной информации, используемой при формировании множества Q допустимых вариантов интерпретации. Все три группы алгоритмов демонстрируют, как и должно быть, обратную зависимость объема извлекаемой информации от ее качества и в этом смысле дополняют друг друга. Так, объем $\mu(D_2)$ достоверной информации, устанавливаемый с помощью гарантированного подхода, меньше оценки $\mu_0 = \inf\{\mu(S_\alpha \cap S^{opt}): S_\alpha \in Q\}$ объема скрытой информации, содержащейся в минимаксном решении S^{opt}. В свою очередь, фактический объем $\mu(S_1^{opt} \cap \hat{S})$ скрытой информации, заключенный в решении S_1^{opt} обратной задачи по минимуму некоторого скалярного критерия F попарного сравнения альтернативных вариантов, будет, скорее всего, выше оценки μ_0, устанавливаемой минимаксным подходом для своего наилучшего решения S^{opt}, но заметить это превосходство и количественно оценить свой успех алгоритмы из первой группы, к сожалению, не смогут.

И последнее. Автор не взял на себя ответственность выйти за рамки наиболее известных ему обратных задач гравиразведки и магниторазведки. Однако легко заметить, что сделанные в статье выводы по существу нигде не опираются на потенциальность геофизического поля.

Ключевые слова: информация, обратная задача, достоверность, гравиметрия, магнитометрия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балк П.И. Несколько контрпримеров к стереотипам, сложившимся в теории интерпретации потенциальных полей // Геоинформатика. – 2013. – № 3. – С. 33-40.
2. Айзерман М.А., Малишевский А.В. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов // Автоматика и телемеханика. – 1981. – № 2. – С. 65-83.
3. Балк П.И. О принципиальных недостатках общепринятых форм представления результатов математической интерпретации потенциальных полей // Геофизический журнал. – 2004. – Т. 26. – № 5. – С. 124-132.
4. Балк П.И. О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1980. – № 6. – С. 65-83.
5. Черноусько Ф.Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов. Т. 1. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1980. – № 3. – С. 3-11.
6. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сибирский математический журнал. – 1962. – Т. 3. – № 5. – С. 701-709.
7. Страхов В.Н. Геофизика и математика // Изв. РАН. Физика Земли. – 1995. – № 12. – С. 4-23.
8. Балк П.И., Долгаль А.С., Балк Т.В., Христенко Л.А. Конечноэлементные технологии интерпретации данных гравиразведки. Гарантированный подход // Геофизические исследования. – 2012. – Т. 13. – № 4. – С. 19-33.